(2008, 11.2)

D25 galvanometer, T

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x = -\gamma \dot{x} + A(t) + \alpha I$$

א) בשווי משקל $\ddot{x} = \dot{x} = 0 \Leftarrow$

$$\langle x \rangle = \frac{\alpha I}{\omega_0^2}$$

עבור $\tilde{x} = x - \langle x \rangle$

נדרוש מחוק החלוקה השווה

$$\frac{1}{2} m \omega_0^2 \langle \tilde{x}^2 \rangle = \frac{1}{2} k_B T$$

כדי לבצע מדידה מדוייקת

$$\langle x \rangle^2 > \langle \tilde{x}^2 \rangle$$

ולכן

$$\left(\frac{\alpha I}{\omega_0^2}\right)^2 > \left(\frac{k_B T}{m \omega_0^2}\right)$$

$$\rightarrow \boxed{I^2 > \frac{k_B T \omega_0^2}{m \alpha^2}}$$

ב) נניח $I = I_0 \cos(\omega t)$

ה"כח" המאולץ הוא $f_0 = m \alpha I$

ולפי

$$\overline{\frac{dE}{dt}} = \frac{1}{2} \omega |f_0|^2 \operatorname{Im} \alpha_x(\omega)$$

ממשוואת לנג'וין כרגיל ותמרת פוריה נקבל

$$(-m\omega^2 - i m \gamma \omega + m \omega_0^2) x_\omega = m A(\omega) + f(\omega)$$

$$\langle x_\omega \rangle = \alpha_x(\omega) f(\omega)$$

$$\alpha_x(\omega) = \frac{1/m}{(\omega_0^2 - \omega^2) - i\gamma\omega} \rightarrow \operatorname{Im}(\alpha_x(\omega)) = \frac{\gamma\omega/m}{(\omega^2 - \omega_0^2)^2 + \gamma^2\omega^2}$$

נדרוש

$$\frac{1}{2} \omega |f_0|^2 \operatorname{Im} \alpha_x(\omega) = \frac{1}{2} R |I|^2$$

$$\rightarrow R = m\alpha^2 \cdot \frac{\gamma \omega^2}{(\omega^2 - \omega_0^2)^2 + \gamma^2 \omega^2} \xrightarrow[\omega \approx \omega_0]{\text{עבור}} \boxed{\frac{m\alpha^2}{\gamma} = R} \rightarrow \boxed{I^2 > \frac{k_B T \omega_0^2}{\gamma R}}$$