B22 (2003 6.4)

$\gamma+\gamma \leftrightarrow e^{+}+e^{-}$

a) $\overset{\text{פוטונים}}{\mu_\gamma}=0 \rightarrow \mu^{+}+\mu^{-}=0$

$\mu=\mu^{-}$ נגדיר

$$N_-=2\sum_p \frac{1}{e^{\beta\sqrt{m^2c^4+p^2c^2}-\beta\mu}+1}$$

$$N_+=2\sum_p \frac{1}{e^{\beta\sqrt{m^2c^4+p^2c^2}+\beta\mu}+1}$$

$$n^-+n^+=n_0$$

משוואות
שמגדירות
את המערכת
$(\mu=?)$

b) At $T=0$, since $\mu>0$, $N_+=0$, $N_->0$
$(\beta\to\infty)$

$$N_-=2\sum_{|p|<p_F} 1 \xrightarrow{\text{[illegible]}} \overset{\text{נפח כולל}}{\overbrace{2V}}\underbrace{\frac{}{(2\pi\hbar)^3}}_{\text{נפח מצב אחד}}\underbrace{\frac{4\pi}{3}p_F^3}_{\text{נפח ספירת פרמי}} \rightarrow n_0=\frac{p_F^3}{3\pi^2\hbar^3}$$

Non-relativistic limit $\frac{p_F^2}{2m}\ll mc^2$

$$(3\pi^2\hbar^3 n_0)^{2/3}\ll 2m^2c^2$$

c) $kT\gg\frac{p_F^2}{2m} \leftrightarrow$ classical non-rel limit.

$mc^2\gg kT$, $\varepsilon=\frac{p^2}{2m}+mc^2$

$\sqrt{p^2c^2+m^2c^4}=mc^2\sqrt{1+\frac{p^2}{m^2c^2}}\approx mc^2\left(1+\frac{p^2}{2m^2c^2}\right)$ לפי

וכל כמה דבר תופס פנים

$$n^-=\frac{2}{V}\sum_p\frac{1}{e^{\frac{\beta p^2}{2m}}e^{+\beta(mc^2-\mu)}+1}\approx\frac{2}{V}e^{-\beta(mc^2-\mu)}\sum_p e^{-\frac{\beta p^2}{2m}}=\frac{2}{\lambda^3}e^{-\beta(mc^2-\mu)}$$

$$n^+=\frac{2}{\lambda^3}e^{-\beta(mc^2+\mu)}$$

בדרך קודמת

$$n^- n^+ = \frac{4}{\lambda^6} e^{-2\beta mc^2} = n^-(n_0 - n^-)$$

(נפתור משוו' ריבועית

$$n^- = \frac{1}{2}\left[n_0 + \sqrt{n_0^2 - \frac{16}{\lambda^6} e^{-2\beta mc^2}}\right]$$

$$n^+ = n_0 - n^- = \frac{1}{2}\left[n_0 - \sqrt{\cdots}\right]$$