

שאלה 2

נתון ספין $1/2$ במצב מקוטב $|\psi\rangle = \exp(-i\pi/4)\cos(\pi/8)|\uparrow\rangle + \sin(\pi/8)|\downarrow\rangle$

(א) חשב את וקטור המלרינציה \vec{M} אשר מתאר את כיוון הקטוב

(ב) הגדר את כיוון הקטוב באמצעות קואורדינטות פלריות (θ, φ)

(ג) רשום מטריצת סיבוב 2×2 אשר מסובבת ספין במצב $|\uparrow\rangle$ לאוריינטציה שמצאת בסעיף הקודם.

(1c)

$$\langle \sigma_x \rangle = \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \end{pmatrix}^* \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \end{pmatrix} = 2 \operatorname{Re}(\psi_1^* \psi_2) = \frac{1}{2}$$

$$\langle \sigma_y \rangle = \dots \begin{pmatrix} i & -i \\ -i & i \end{pmatrix} \dots = 2 \operatorname{Im}(\psi_1^* \psi_2) = \frac{1}{2}$$

$$\langle \sigma_z \rangle = \dots \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \dots = |\psi_1|^2 - |\psi_2|^2 = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\vec{M} = \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{\sqrt{2}} \right)$$

$$\theta = \varphi = \frac{\pi}{4} = 45^\circ \quad (2)$$

$$U_1(\theta) = \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} & -1/\sqrt{2} \\ 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \end{pmatrix} \quad (d)$$

$$U_2(\varphi) = \begin{pmatrix} e^{-i\pi/8} & 0 \\ 0 & e^{+i\pi/8} \end{pmatrix}$$

$$U_2 U_1 = \begin{pmatrix} e^{-i\pi/8}/\sqrt{2}, & -e^{-i\pi/8}/\sqrt{2} \\ e^{+i\pi/8}/\sqrt{2}, & e^{i\pi/8}/\sqrt{2} \end{pmatrix}$$