

תרגיל 8 – להגשה עד ה 8/6

1. אלגברת ויראסורו מוגדרת ע"י

$$[L_m, L_n] = (m-n)L_{m+n} + A(m)\delta_{m+n,0}$$

כאשר $A(m)$ היא פונקציה של m .

- א. מכיוון שמדובר באלגברת לי, היחס $[,]$ הוא אנטי סימטרי, מה ניתן להסיק על $A(m)$ מתכונת האנטי סימטריה? מצאו את $A(0)$.
- ב. מצאו את האילוץ על $A(m)$ הנובע מזהות יעקובי.
- ג. השתמשו בסעיפים הקודמים כדי להראות כי $A(m) = \alpha m + \beta m^3$ כאשר α ו β קבועים לא ידועים. רשמו קבועים אלה בעזרת $A(1)$ ו $A(2)$.
- ד. מחישוב יחסי חילוף של $[L_1, L_{-1}]$ ו $[L_2, L_{-2}]$ חשבו את $A(m)$.

2. ראינו כי אופרטורי ויראסורו יוצרים שינויי פרמטריזציה אינפיניטסימלים, במובן ש:

$$[L_m^\pm, X^I(\tau, \sigma)] = \xi_m^\tau \dot{X}^I + \xi_m^\sigma X^{I'}$$

כאשר

$$\xi_m^\tau(\tau, \sigma) = -ie^{im\tau} \cos m\sigma$$

$$\xi_m^\sigma(\tau, \sigma) = e^{im\tau} \sin m\sigma$$

$$\dot{\xi}^\tau = \xi^\sigma$$

$$\dot{\xi}^\sigma = \xi^\tau$$

$$\partial_\tau X \cdot \partial_\sigma X = 0$$

$$(\partial_\tau X)^2 + (\partial_\sigma X)^2 = 0$$

- א. הראו כי
 - ב. השתמשו בסעיף הקודם כדי להראות כי משוואות האילוץ
- מתקיימות בכל פרמטריזציה. רמז: עבור שינוי פרמטריזציה אינפיניטסימלי מתקיים:
- $$\sigma' = \sigma + \varepsilon \xi^\sigma(\tau, \sigma) \quad \tau' = \tau + \varepsilon \xi^\tau(\tau, \sigma)$$

3. דונו במיתר פתוח המתואר ע"י $X^\mu(\tau, \sigma)$. נגדיר את כיוון המיתר ככיוון שלאורכו σ גדלה.

א. מה ההבדל בין $X^\mu(\tau, \sigma)$ ו $X^\mu(\tau, \pi - \sigma)$?

נגדיר כעת אופרטור פיתול Ω ההופך את כיוון המיתר בכיוונים $d, \dots, 2, 1$.

ב. מהו $\Omega X^I(\tau, \sigma) \Omega^{-1}$?

הניחו כי $\Omega p^+ \Omega^{-1} = p^+$ ו $\Omega x_0^- \Omega^{-1} = x_0^-$.

ג. מצאו כיצד היפוך הכיוון משפיע על $\alpha_n^I, \alpha_0^I, x_0^I$.

ד. הראו כי האופרטור Ω הופך את כיוון המיתר (בכל כיווני זמן-מרחב).

ה. בהנחה שמצבי המיתר הלא מעוררים הם שמורים (אינוריאנטים) תחת היפוך כיוון, הראו כי $\Omega = (-1)^{N^\perp}$.

ו. מצב מוגדר כלא מכוון אם הוא שמור תחת היפוך כיוון. מהם המצבים בעלי המסה הנמוכה ביותר עבור תורה בה קיימים רק מצבים לא מכוונים?