

תרגיל 5

1. (שאלה 8.2 בספר) בכיתה ראינו כי אם $q(t) \rightarrow q(t) + \delta q(t)$ כאשר $\delta q(t) = \epsilon h(q(t); t)$ היא

סימטריה של הלגראנג'יאן $L(q(t), \dot{q}(t), t)$ אז המקיים $Q = \frac{\partial L}{\partial \dot{q}} \delta q$ הוא מטען שמור.

א. הכלילו תוצאה זאת למקרה של $a = 1, \dots, n$ קואורדינטות, ו $i = 1, \dots, m$ סימטריות. ודאו שהמטען השמור שהגדרתם אכן נשמר.

בנוסף ראינו בכיתה כי במערכת $\mu = 0, \dots, d$ מימדית הפעולה של $a = 1, \dots, n$ קואורדינטת נתונה ע"י $S = \int d\xi^0 \dots d\xi^d L(\phi^a, \partial_\mu \phi^a)$. והזרמים השמורים כתוצאה מ $i = 1, \dots, m$ סימטריות הם

$$\epsilon^i j_i^\mu = \frac{\partial L}{\partial (\partial_\mu \phi^a)} \delta \phi^a$$

ב. רשמו תוצאה זאת במקרה הפרטי שבו המערכת היא אפס מימדית. השוו עם התוצאה בסעיף א'.

2. (שאלה 8.3) הפעולה של חלקיק לא יחסותי נתונה ע"י $S = -mc \int d\tau \sqrt{-\eta_{\mu\nu} \dot{X}^\mu \dot{X}^\nu}$

- א. הראו כי $x^\mu \rightarrow x^\mu + \epsilon^\mu$, עם ϵ^μ קבוע היא סימטריה של פעולה זאת. מהו המטען השמור? הראו באופן מפורש כי מטען זה נשמר, והשוו אותו לתנע של החלקיק.
- ב. רשמו כיצד נראית טרנספורמצית לורנץ אינפיניטסימלית, והסבירו מדוע הפעולה אינוריאנטית תחת טרנספורמציה כזאת.
- ג. רשמו את המטענים השמורים כתוצאה מטרנספורמצית לורנץ בעזרת הקואורדינטות והתנעים הצמודים להן. הראו באופן מפורש כי חלק מהמטענים (איזה חלק?) הם התנע הזויתי של המערכת.

3. (שאלה 8.5 בספר) שאלה זאת מתיחסת לשאלה 3 בתרגיל מספר 4. הראו כי רכיב z של התנע

$$J_z = \frac{J_z}{\hbar} = \sin^2 \gamma \alpha' E^2$$

כאשר E האנרגיה של המיתר ו $\alpha' = \frac{1}{2\pi T_0 \hbar c}$.

4. (שאלה 8.7 בספר) הנח פעולה מהצורה $S = \int d\xi^0 \dots d\xi^d L(\phi^a, \partial_\mu \phi^a)$ וטרנספורמציה

$$L \rightarrow L + \delta L \quad \phi^a \rightarrow \phi^a + \delta \phi^a \quad \delta \phi^a = \epsilon^i h_i^a(\phi, \xi)$$

$$\text{כאשר } \delta L = \frac{\partial}{\partial \xi^\mu} (\epsilon^i \Lambda_i^\mu)$$

- א. במערכת כזאת ניתן למצוא זרם שמור. מהו? הראו במפורש כי הוא נשמר.
- ב. הראו כי הטרנספורמציה האינפיניטסימלית $\phi^a(\xi) \rightarrow \phi^a(\xi + \epsilon)$ היא סימטריה של $L(\phi^a, \partial_\mu \phi^a)$ (במובן של הסעיף הקודם).
- ג. מהם הזרמים השמורים כתוצאה מהסימטריה בסעיף ב'?