

## תרגיל 4

1. (שאלה 7.1 בספר)

הראו כי בפרמטריזצית האנרגיה האורך  $l$  של המיתר הפתוח הוא 
$$l = \int_0^{\sigma_1} \sqrt{1 - \frac{v_{\perp}^2}{c^2}}$$

2. מיתר סגור מתחיל את תנועתו כאשר ב  $t = 0$  צורתו מעגלית ויש לו מהירות רדיאלית  $V_0$ . רדיוס

המעגל ב  $t = 0$  הוא  $R_0$ . הניחו פיתרון מהצורה 
$$\vec{x} = \frac{1}{2}(\vec{F}(\sigma + ct) + \vec{G}(-\sigma + ct))$$

- א. מהו התנאי על  $\vec{G}$  הנובע מתנאי ההתחלה?
- ב. מהו התנאי על  $\vec{F}$  כאשר משתמשים בפרמטריזצית האנרגיה?
- ג. הסיקו מתוך התוצאות של סעיף ב' כי אם  $V_0 > c$  לא קיים פתרון.
- ד. מצאו את אורך המיתר כפונקציה של הזמן.
- ה. תארו באופן איכותי את תנועת המיתר כאשר  $V_0 = c$  כלפי חוץ, ו  $V_0 = c$  כלפי פנים.

3. (שאלה 7.4 בספר) מיתר סגור מקובע בקצותיו 
$$\vec{X}(t, 0) = \vec{x}_1$$
 
$$\vec{X}(t, \sigma_1) = \vec{x}_2$$

א. הראו כי תנאי השפה ב  $\sigma = 0$  מתקיים עבור פתרון מהצורה 
$$\vec{X}(t, \sigma) = \vec{x}_1 + \frac{1}{2}(\vec{F}(ct + \sigma) - \vec{F}(ct - \sigma))$$

- ב. בעזרת תנאי השפה השני מצאו אילוץ על  $\vec{F}$ .
- ג. מהו האילוץ על  $\vec{F}$  הנובע מהפרמטריזציה?
- כעת הניחו כי  $\vec{x}_1 = (0, 0, 0)$  ו  $\vec{x}_2 = (0, 0, L_0)$ , וכי המיתר מסתובב כחבל קפיצה סביב ציר  $z$  כך שהמשיק למיתר בראשית יוצר זווית  $\gamma$  עם ציר  $z$ .
- ד. מצאו ביטוי ל  $\vec{F}'(u)$
- ה. רשמו את  $\sigma_1$  בעזרת  $L_0$  ו  $\gamma$ .
- ו. חשבו את תדירות התנועה.
- ז. מצאו את  $\vec{X}(t, \sigma)$ .
- ח. מהי התפלגות האנרגיה במיתר כפונקציה של  $z$ ?

4. (שאלה 7.6) מיתר פתוח נע במישור  $(x, y)$ , ומקובע בקצותיו:  $(0, a)$  ו  $(0, 0)$ .

נתון כי 
$$\vec{X}(t, \sigma) = \frac{1}{2}(\vec{F}(ct + \sigma) - \vec{F}(ct - \sigma))$$
 כאשר 
$$\vec{F}'(u) = (\cos(\gamma \cos \frac{\pi u}{\sigma_1}), \sin(\gamma \cos \frac{\pi u}{\sigma_1}))$$

א. הראו כי 
$$\vec{X}'(t, \sigma) = \cos(\gamma \cos \frac{\pi ct}{\sigma_1} \sin \frac{\pi \sigma}{\sigma_1})(\cos \beta, \sin \beta)$$
 כאשר 
$$\beta = \gamma \cos \frac{\pi ct}{\sigma_1} \cos \frac{\pi \sigma}{\sigma_1}$$

ב. הראו כי כאשר  $ct = \frac{\sigma_1}{2}$  המיתר אופקי.

ג. הראו כי גודל מהירות המיתר הוא 
$$\left| \sin \left( \gamma \cos \left( \frac{\pi ct}{\sigma_1} \right) \sin \left( \frac{\pi \sigma}{\sigma_1} \right) \right) \right|$$

ד. הראו כי כאשר  $\gamma = \frac{\pi}{2}$  נקודה אחת בלבד על המיתר נעה במהירות האור. מצאו אותה.

מעטה הניחו כי  $\gamma = \sqrt{2} \frac{\pi}{2}$ .

ה. מהו הזמן המזערי בו נקודה כלשהי תגיע למהירות האור? מהי נקודה זאת?

ו. אילו נקודות ינועו במהירות האור בזמן  $t = \frac{\sigma_1}{3c}$  ?

ז. הראו כי בכל זמן בו מהירותו של המיתר שווה למהירות האור, המשיק למיתר מתאפס. מהי המשמעות הגיאומטרית של תוצאה זאת?

ח. שרטטו (באמצעות תוכנה גרפית) את צורתו של המיתר בזמנים  $t=0$ ,  $t = \frac{\sigma_1}{2c}$  ו  $t = \frac{\sigma_1}{3c}$ .