

תרגיל מספר 2 - להגשה עד ה 23/3

1. (שאלה 5.2 בספר) בכיתה ראינו כי משוואת התנועה עבור חלקיק יחסותי היא $\frac{\partial^2 x^\mu}{ds^2} = 0$ כאשר s הוא הזמן העצמי.

א. מצאו את משוואת התנועה עבור חלקיק יחסותי חופשי בפרמטריזציה שרירותית τ , מתוך

$$S = -mc \int_{\tau_i}^{\tau_f} \sqrt{-\eta_{\mu\nu} \frac{dx^\mu}{d\tau} \frac{dx^\nu}{d\tau}} d\tau$$

ואריאציה של הפעולה

ב. הראו כי משוואת התנועה שקיבלתם היא אכן אינואריאנטית תחת שינוי פרמטריזציה.

2. (שאלה 3.2 בספר) בכיתה ראינו כי אם מגדירים $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$ אז מתקיים באופן זהותי

$$(*) \quad \partial_\lambda F_{\mu\nu} + \partial_\mu F_{\nu\lambda} + \partial_\nu F_{\lambda\mu} = 0$$

א. כמה משוואות בלתי תלויות מייצגת המשוואה (*). ? נמקו.

ב. הראו כי משוואות אלה שקולות למשוואות $\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$ ו $\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$.

בנוסף לזהות (*), $F_{\mu\nu}$ מקיים

$$(**) \quad \partial_\mu F^{\nu\mu} = \frac{1}{c} j^\mu$$

ג. הראו כי המשוואות (*) ו (***) שקולות לארבע משוואות מקסוול כאשר $j^\mu = (c\rho, \vec{j})$.

3. (שאלה 5.5 בספר) תנועת חלקיק טעון במטען q , נתונה ע"י ה 4-וקטור $x(\tau)$. כתוצאה מתנועת

$$j^\mu = (c\rho, \vec{j})$$

החלקיק נוצר 4-זרם

א. רשמו ביטוי ל 4-זרם הנוצר באמצעות פונקציה דלתא מרחבית, כאשר הזמן הוא הפרמטר

המבטא את מיקום החלקיק במרחב-זמן.

ב. הראו כי הביטוי שמצאתם בסעיף הקודם שקול לביטוי הבא

$$j^\mu(t, \vec{x}) = qc \int \delta^{(4)}(x - x(\tau)) \frac{dx^\mu(\tau)}{d\tau} d\tau$$

ג. הראו כי ביטוי זה אינואריאנטי לשינוי פרמטריזציה.

4. (שאלה 5.6 בספר) נתייחס לפעולה הבאה:

$$(\#) \quad S = -mc \int_p ds + \frac{q}{c} \int_p A_\mu dx^\mu - \frac{1}{4c} \int F^{\mu\nu} F_{\mu\nu} d^4x$$

ראינו כי מואריאציה של פעולה זאת לפי x נובעות משוואות תנועה של חלקיק טעון. שימו לב כי האבר האחרון באגף ימין של (#) לא תלוי ב x . נראה כי מואריאציה של פעולה זאת לפי A_μ נובעות משוואות מקסוול בנוכחות חלקיק טעון.

א. הראו כי ואריאציה של הביטוי האחרון לפי A_μ מתכונתית ל $\partial_\mu F^{\mu\nu}$.

ב. רשמו את הביטוי השני באגף ימין של (#) כאינטגרל מרחבי על פונקצית דלתא.

ג. הוכיחו את הטענה כי מואריאציה של הפעולה S לפי A_μ נובעות משוואות מקסוול בנוכחות

חלקיק טעון. הדרכה: כדאי להעזר בפתרון שאלה 3.

ד. בהתייחס למשוואות התנועה של החלקיק, ומשוואות מקסוול, הסבירו במלים באיזה מובן

האבר השני באגף ימין של (#) מייצג צימוד בין השדה האלקטרומגנטי לבין החלקיק.