

## תרגיל 11 – להגשה עד ה 2/7

1. ניתן להגדיר פונקציה יוצרת לחלוקות  $p(n)$  בצורה הבאה:

$$\prod_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(1-x^n)} = \sum_{n=0}^{\infty} p(n)x^n$$

- וודאו כי משוואה זאת נותנת תוצאות נכונות עבור  $n \leq 4$ .
- הסבירו במילים מדוע נוסחא זאת עובדת.
- בהתייחס לסעיף הקודם, מהי הפונקציה היוצרת לחלוקות  $q(n)$ ?
- וודאו שהתוצאה בסעיף הקודם נכונה ע"י חישוב  $q(n)$  עבור  $n \leq 4$ .

2. הראו כי החלוקה  $P(N, b, f)$  של  $N$  ל  $b$  בוזונים ו  $f$  פרמיונים נתונה בקרוב ע"י

$$\ln P(N, b, f) \cong 2\pi \sqrt{\frac{N}{6} \left( b + \frac{f}{2} \right)}$$

3. מצאו ביטוי לפונקצית החלוקה של חלקיק יחסותי יחיד בעזרת פונקציות בסל (modified Bessel function of the second kind).

$$K_\nu(z) = \frac{\sqrt{\pi} \left( \frac{1}{2} z \right)^\nu}{\Gamma\left(\nu + \frac{1}{2}\right)} \int_0^\infty e^{-z \cosh t} \sinh^{2\nu} t dt$$

הראו כי בגבול  $\beta m \ll 1$  מקבלים את פונקצית החלוקה של חלקיק לא יחסותי. מהו התיקון הראשון לביטוי זה.

4. השתמש בקרוב האסימפטוטי:

$$p_{24}(n) \cong \frac{1}{\sqrt{2}} N^{-\frac{27}{4}} e^{4\pi\sqrt{N}}$$

- מצאו את האנטרופיה של גז מיתרים בעזרת ביטוי זה.
- מהי התלות של הטמפרטורה באנרגיה  $T(E)$ ? שרטטו את התוצאה.
- מהו קיבול החום כתלות באנרגיה? האם הוא חיובי?
- למעשה היינו צריכים לחשב את האנטרופיה בעזרת  $S = K \ln O(E)$  ולא  $S = K \ln p_{24}(N)$ , כאשר  $O(E)dE = p_{24}(N)dN$ . מצאו את התיקון שמקבלים לסעיפים הקודמים כתוצאה מכך.
- ניתן להראות כי עבור מיתר המסתיים על יריעת  $Dq$  מתקיים  $\Omega(E) = E^{-\gamma} e^{4\pi\sqrt{\alpha'E}}$  כאשר  $g$  נתון ע"י  $g = (25-q)/2$ . מהו קיבול החום של מערכת זאת?