

## דף נוסחאות

$$H\psi = i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} \quad H = \frac{p^2}{2m} + V(\vec{r}) \quad \vec{p} = -i\hbar \vec{\nabla} \quad \text{משוואת שרדינגר}$$

$$\rho = |\psi|^2 \quad \vec{J} = \frac{i\hbar}{2m} \left[ (\vec{\nabla} \psi^*) \psi - \psi^* (\vec{\nabla} \psi) \right] \quad \frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot \vec{J} = 0 \quad \text{צפיפות וזרם הסתברות}$$

$$H \varphi_n = E_n \varphi_n \quad ; \quad \psi(x,0) = \sum_n C_n \varphi_n \Rightarrow \psi(x,t) = \sum_n C_n \varphi_n e^{-iE_n t/\hbar} \quad \text{התפתחות בזמן}$$

$$\frac{d}{dt} \langle \vec{p} \rangle = -\langle \vec{\nabla} V(r) \rangle \quad \frac{d}{dt} \langle \vec{r} \rangle = \frac{\langle \vec{p} \rangle}{m} \quad \text{משפט ארנפסט}$$

$$\frac{d}{dt} \langle A \rangle = \frac{1}{i\hbar} \langle [A, H] \rangle + \left\langle \frac{\partial A}{\partial t} \right\rangle$$

$$\Delta A \cdot \Delta B \geq \frac{1}{2} |\langle [A, B] \rangle| \quad [x, p] = i\hbar \quad \text{עיקרון אי הודאות}$$

$$[f(x), \hat{p}] = i\hbar \frac{\partial}{\partial x} f(x) \quad \text{תכונות של הקומוטטור}$$

$$[\hat{A}, \hat{B}\hat{C}] = [\hat{A}, \hat{B}]\hat{C} + \hat{B}[\hat{A}, \hat{C}]$$

$$H = \frac{p^2}{2m} + \frac{1}{2} m\omega^2 x^2 \quad \alpha = \sqrt{\frac{m\omega}{\hbar}} \quad \text{אוסצילטור הרמוני}$$

$$u_n(x) = N_n H_n(\alpha x) e^{-\frac{1}{2}\alpha^2 x^2} \quad N_n = \sqrt{\frac{\alpha}{\sqrt{\pi} 2^n n!}} \quad \text{פונקציות עצמיות}$$

$$H_n(y) = (-1)^n e^{y^2} \frac{d^n}{dy^n} e^{-y^2} \quad H_n'' - 2yH_n' + 2nH_n = 0 \quad \text{פולינומי הרמיט}$$

$$H_n' = 2nH_{n-1} \quad H_{n+1} = 2yH_n - 2nH_{n-1} \quad \text{יחסי רקורסיה}$$

$$e^{-t^2+2ty} = \sum_{n=0}^{\infty} H_n(y) \frac{t^n}{n!} \quad \text{פונקציה יוצרת}$$

$$a = \frac{1}{\sqrt{2}} \left( \alpha x + i \frac{p}{\alpha \hbar} \right) \quad [a, a^\dagger] = 1 \quad \text{אופרטורי העלאה והורדה}$$

$$a|n\rangle = \sqrt{n}|n-1\rangle \quad a^\dagger|n\rangle = \sqrt{n+1}|n+1\rangle \quad |n\rangle = \frac{1}{\sqrt{n!}} (a^\dagger)^n |0\rangle$$

$$\hat{H}|n\rangle = \hbar\omega(n+1/2)|n\rangle$$

$$(\vec{L})_i = (\vec{r} \times \vec{p})_i = \varepsilon_{ijk} x_j p_k \quad [L_i, L_j] = i\hbar \varepsilon_{ijk} L_k \quad [L^2, \vec{L}] = 0 \quad \text{תנע זוויתי}$$

$$L^2|lm\rangle = l(l+1)\hbar^2|lm\rangle \quad , \quad L_z|lm\rangle = m\hbar|lm\rangle \quad \text{מצבים עצמיים}$$

$$L_\pm|lm\rangle = \sqrt{l(l+1) - m(m\pm 1)} \hbar |l, m\pm 1\rangle \quad , \quad L_\pm = L_x \pm iL_y \quad \text{אופרטורי סולם}$$

$$L_z = -i\hbar \frac{\partial}{\partial \phi} \quad , \quad L_\pm = \hbar e^{\pm i\phi} \left( \pm \frac{\partial}{\partial \theta} + i \cot \theta \frac{\partial}{\partial \phi} \right) \quad \text{הצגה דיפרנציאלית}$$

$$L^2 = -\hbar^2 \left( \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{\sin^2 \theta} \frac{\partial^2}{\partial \phi^2} \right)$$

$$Y_{lm}(\theta, \phi) = (-1)^m \sqrt{\frac{2l+1}{4\pi} \frac{(l-m)!}{(l+m)!}} P_{lm}(\cos \theta) e^{im\phi} \quad \text{הרמוניות ספריות}$$

$$Y_{l,-m} = (-1)^m Y_{lm}^* \quad \sum_{m=-l}^l |Y_{lm}(\theta, \phi)|^2 = \frac{2l+1}{4\pi}$$

$$Y_{00} = \frac{1}{\sqrt{4\pi}} \quad Y_{11} = -\sqrt{\frac{3}{8\pi}} \sin \theta e^{i\phi} \quad Y_{10} = \sqrt{\frac{3}{4\pi}} \cos \theta$$

$$Y_{22} = \sqrt{\frac{15}{32\pi}} \sin^2 \theta e^{2i\phi} \quad Y_{21} = \sqrt{\frac{15}{8\pi}} \sin \theta \cos \theta e^{i\phi} \quad Y_{20} = \sqrt{\frac{5}{16\pi}} (3\cos^2 \theta - 1)$$

$$P_{lm}(x) = (-1)^{l+m} \frac{(l+m)!}{(l-m)!} \frac{(1-x^2)^{\frac{m}{2}}}{2^l l!} \left( \frac{d}{dx} \right)^{l-m} (1-x^2)^l \quad \text{associated Legendre}$$

$$P_{l,-m} = (-1)^m \frac{(l-m)!}{(l+m)!} P_{lm}$$

$$P_l = P_{l,0} \quad (1-2xz + z^2)^{-\frac{1}{2}} = \sum_{l=0}^{\infty} z^l P_l(x) \quad \text{Legendre}$$

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial}{\partial r} - \frac{1}{\hbar^2} \frac{L^2}{r^2} \quad \text{לפליסיאן בקורדינטות כדוריות}$$

$$H = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V(|\vec{r}|) \quad \text{הפרדת משתנים בפוטנציאל ספרי סימטרי}$$

$$\psi(r, \theta, \phi) = \frac{u(r)}{r} Y_{lm}(\theta, \phi) \quad -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2 u(r)}{dr^2} + \left( \frac{l(l+1)\hbar^2}{2mr^2} + V(r) \right) u(r) = Eu(r)$$

$$\psi_{1,0,0}(r, \theta, \phi) = \left( \frac{Z^3}{\pi a_0^3} \right)^{1/2} e^{-Zr/a_0} \quad , \quad a_0 = \frac{\hbar^2}{me^2} \quad \text{אטום מימן}$$

$$\psi_{n,l,m}(r, \theta, \phi) = \left\{ (2\kappa)^3 \frac{(n-l-1)!}{2n[(n+l)!]^3} \right\}^{1/2} e^{-\kappa r} (2\kappa r)^l L_{n-l-1}^{2l+1}(2\kappa r) Y_l^m(\theta, \phi) \quad , \quad \kappa = \frac{Z}{na_0}$$

$$E_n = -\frac{Z^2 e^2}{2a_0 n^2}$$

פולינומי Laguerre

$$xy''(x) + (1-x)y'(x) + ny(x) = 0 \quad \Rightarrow \quad y_n = L_n(x)$$

$$xL_n' = nL_n - nL_{n-1}, \quad (n+1)L_{n+1} = (2n+1-x)L_n - nL_{n-1} \quad , \quad L_0(x) = 1, \quad L_1(x) = -x+1$$

$$L_2(x) = x^2 - 4x + 2, \quad L_3(x) = -x^3 + 9x^2 - 18x + 6$$

פולינומי Laguerre מוכללים

$$xy''(x) + (k+1-x)y'(x) + ny(x) = 0 \quad \Rightarrow \quad y_n = L_n^k(x) = (-1)^k \frac{d^k}{dx^k} [L_{n+k}(x)]$$

$$L_0^k(x) = k! \quad , \quad L_1^k(x) = [(1+k)!](-x+k+1) \quad , \quad L_2^k(x) = \frac{1}{2}[(2+k)!][x^2 - 2(k+2)x + (k+2)(k+1)]$$

$$\delta(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} dk e^{ikx} \quad , \quad \int dx f(x) \delta(x) = f(0) \quad \text{פונקצית } \delta$$

$$\psi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\hbar}} \int dp \tilde{\psi}(p) e^{-ipx/\hbar} \quad , \quad \tilde{\psi}(p) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\hbar}} \int dx \psi(x) e^{ipx/\hbar} \quad \text{טרנספורם פורייה}$$

$$\langle x || p \rangle = \frac{1}{\sqrt{2\pi\hbar}} e^{ipx/\hbar}$$

$$\int dx |\psi(x)|^2 = \int dp |\tilde{\psi}(p)|^2 \quad \text{זהות פרסבל}$$