

## בדרך לתורת הקוונטים

### האפקט הפוטואלקטרי

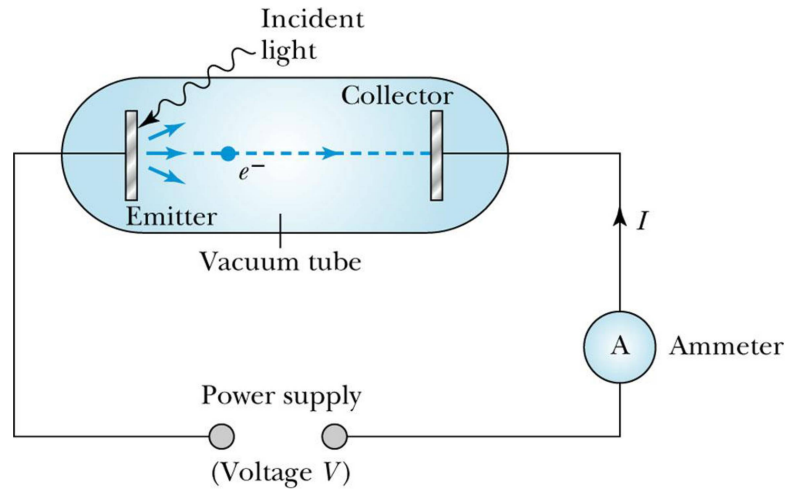
האפקט הפוטואלקטרי מדבר על ייצור זרם בעזרת קרינה אלקטרומגנטית. למדנו כי לקרינה אלקטרומגנטית יש אנרגיה. אם נאיר מתכת נצפה שהאנרגיה מהקרינה האלקטרומגנטית תעבור לאלקטרונים במתכת ותגרום להם לנוע מהר יותר עד שיעזבו את המתכת. בניסויי הקלאסי שבדק את האפקט הפוטואלקטרי מניחים שתי פיסות מתכת, אלקטרודות, בתוך שפופרת ואקום. יוצרים הפרש מתחים בין האלקטרודות ע"י חיבורן למקור מתח בעל מתח  $V$  ואז מאירים את אחת האלקטרודות בקרינה אלקטרומגנטית בתדר מסויים  $f$  ועוצמה מסויימת  $A$  שנקבעה מראש (ראה איור 1). האנרגיה המינימלית שדרושה לאלקטרון בכדי לעזוב את המתכת נקראת "פונקציית העבודה של המתכת" ומסומנת ב  $\phi$ . לכל סוג מתכת פונקציית עבודה שונה.

במערכת ניסויי זו מבצעים בדרך כלל שני ניסויים שונים:

1. מעלים את המתח לאט לאט ומודדים את הזרם מבלי לשנות את עוצמת ותדר הקרינה עד שמגיעים למצב בו הזרם לא עולה יותר. זה קורה כי קצב פליטת האלקטרונים מהאלקטרודה המוארת לשפופרת משתווה לקצב שבו השפופרת מתרוקנת בגלל המתח. זרם זה נקרא זרם רוויה (*saturation current*). חוזרים על הניסוי בכל פעם עם קרינה בעלת תדר אחר ועוצמה אחרת ומקבלים גרפים שונים של זרם הרוויה  $I_s$  כפונקצייה של המתח  $V$ .

2. מחברים מתח בכיוון הפוך לכיוון הזרם שנוצר (גם ללא מתח נוצר זרם כי אלקטרונים מקבלים אנרגיה מהקרינה ומתחילים לנוע מהאלקטרודה המוארת לאלקטרודה השנייה) ומגדילים אותו עד שהזרם מפסיק. המתח שבו יפסיק הזרם נקרא מתח עצירה. חוזרים על הניסוי בעוצמות קרינה שונות ותדרים שונים ומקבלים גרף של מתח העצירה כתלות בתדר הקרינה או בעוצמתה.

## Experimental Setup



© 2006 Brooks/Cole - Thomson

3

איור 1: ניסוי לבדיקת האפקט הפוטואלקטרי

### פרדיקציה לתוצאות הניסויי ע"פ התורה ה"קלאסית"

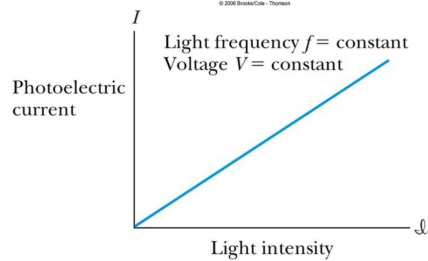
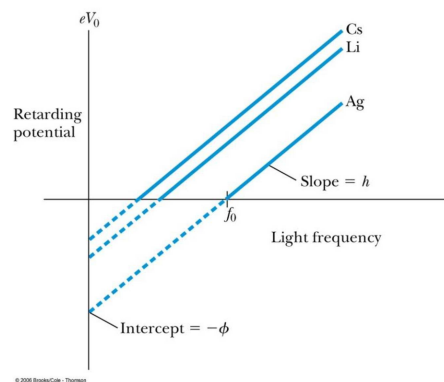
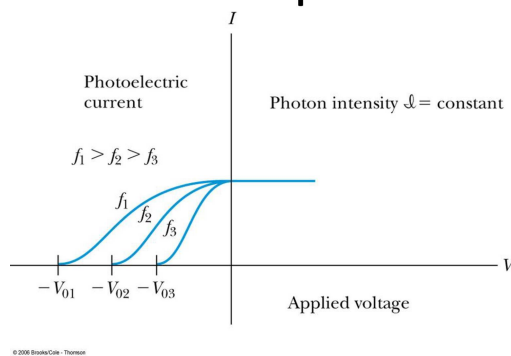
עד המאה ה-20 הכירו את ניסויי ההתאבכות השונים שלמדנו עליהם בתרגול הקודם וידעו שקרינה אלקטרומגנטית (כמו אור או  $X$ -ray) היא גל. ע"פ התורה הקלאסית העוצמה של הגל (אנרגיה ליחידת זמן שמועברת ע"י הגל) פרופורציונאלית לאמפליטודה שלו בריבוע. נצפה שכאשר הקרינה פוגעת במתכת האלקטרונים יעשו יותר ויותר מהירים עם הזמן עד שיעזבו את המתכת ויגרמו לזרם. הזרם תלוי במהירות האלקטרונים ובצפיפות שלהם, לכן נצפה כי:

1. בניסוי הראשון, ככל שעוצמת האור גדולה יותר כך זרם הרוויה יהיה גדול יותר. בנוסף נצפה שזרם הרוויה לא יהיה תלוי בתדר של הקרינה.
2. בניסויי השני נצפה שבעוצמות גבוהות מתח העצירה יהיה תלוי בעוצמת הקרינה כי עוצמה גבוהה יותר תגרום לאלקטרונים להיות מהירים יותר לכן נצטרך מתח גבוהה יותר כדי לעצור אותם. בעוצמות נמוכות לעומת זאת נצפה שמתח העצירה יהיה בלתי תלוי בעוצמה וכי יהיה הפרש זמן בין תחילת ההארה של האלקטרודה להיווצרות הזרם (כי לאלקטרונים ייקח זמן לפתח מספיק מהירות כדי לעזוב את המתכת. גם במקרה זה לא צפויה תלות של תוצאות הניסויי בתדירות הקרינה.

### תוצאות הניסויי (ראה איור 2)

1. ככל שעוצמת האור גדולה יותר כך זרם הרוויה גדול יותר וזרם הרוויה לא תלוי בתדר של הקרינה ← מתאים לפרדיקציה
2. מתח העצירה לא תלוי בעוצמת הקרינה, מצד שני הוא כן תלוי בתדירות הקרינה:

# Experimental Results



5

איור 2: תוצאות הניסוי: שמאל למעלה - זרם כפונקציה של מתח בתדרים שונים. ימין למעלה - מתח עצירה כפונקציה של תדר במתכות שונות. למטה - זרם רוייה כפונקציה של עוצמת הקרינה.

ככל שהתדירות גבוהה יותר כך מתח העצירה הדרוש גדל. בנוסף יש תדר מינימלי שמתחתי לא יוצר זרם בשום מתח, גם אם עוצמת האור מאוד חזקה. תוצאות הניסויי השני לא מתאימות לפרדיקציה של התאוריה הקלאסית. זהו סימן לכך שהתאוריה אינה טובה יותר ודרושה תיאוריה חדשה.

### ההסבר של איינשטיין

בתחילת המאה ה-20 חקר הפיסיקאי הגרמני מקס פלאנק את הקרינה של גוף שחור וגילה כי הקרינה מגיעה במנות בדידות (חבילות גל מופרדות) ולא כגל רציף. הוא קרא למנות (קוונטות באנגלית) האלו פוטונים. כמו כן גילה פלאנק שלכל חבילה כזו יש אנרגיה שתלויה בתדר של הקרינה  $E = hf$ . קבוע הפרופורציה בין האנרגיה לתדר הינו  $h = 6.63 \cdot 10^{-34} J \cdot s$  והוא נקרא קבוע פלאנק.

איינשטיין הבין שניתן ליישם את המסקנות של פלאנק עבור האפקט הפוטואלקטרי בעזרת ההנחות הבאות:

1. האנרגיה של הקרינה האלקטרומגנטית מועברת לאלקטרונים במנות בדידות. האנרגיה של כל מנה היא  $hf$ .
2. בכל פעם שפוגע פוטון באלקטרון האנרגיה מועברת אל האלקטרון רק אם היא מספיקה בשביל שהאלקטרון יעזוב את המתכת. במקרה כזה האלקטרון יעזוב את המתכת עם אנרגיה קינטית ששווה להפרש בין האנרגיה שקיבל מהפוטון לאנרגיה שהייתה דרושה לו לעזיבת המתכת:

$$E_k = hf - \phi$$

לפי ההסבר של איינשטיין עוצמת קרינה גבוהה יותר משמעותה יותר פוטונים שפוגעים במתכת בכל יחידת זמן. אם התדר מספיק גבוהה כך שהאלקטרונים יעזבו את המתכת אז עוצמה גבוהה יותר תגרום ליותר אלקטרונים לעזוב את המתכת ולכן לזרם גבוהה יותר. מצד שני האנרגיה הקינטית של כל אלקטרון לא תהיה תלויה בעוצמת הקרינה אלא רק בתדר שלה. מתח העצירה הוא המתח שדרוש לעצירת האלקטרונים, כלומר  $V_0 e = hf - \phi$ . אם התדר קטן מ  $\frac{\phi}{h}$  אז האנרגיה של כל פוטון לא תספיק בשביל לגרום לאלקטרון לעזוב את המתכת ולכן לא תקלט ע"י האלקטרון ולא יוצר זרם, לא משנה כמה העוצמה גבוהה.

**הערה:** האנרגיה הקינטית בנוסחה של איינשטיין היא האנרגיה המקסימלית של אלקטרון שנפלט שכן פונקציית העבודה היא האנרגיה המינימלית שנדרשת להוצאת האלקטרון מהמתכת, ייתכן גם שתהיה דרושה אנרגיה גדולה יותר לשם כך.

ההסבר של איינשטיין התאים בדיוק רב לתוצאות הניסויי. שיפוע הגרף למתח העצירה כפונקציה של התדר נמדד ואכן היה  $\frac{h}{e}$ .

**דוגמה: שאלה על האפקט הפוטואלקטרי (מצורפת).**

### אורך גל דה ברולי

שאלה פתוחה שנשארה מההסבר של איינשטיין היא מדוע האלקטרון לא יכול לקבל אנרגיה מהפוטון אם האנרגיה קטנה מכדי לעזוב את המתכת. שאלה זו נפתרה ע"י הפיסיקאי הדני נילס בוהר והפיסיקאי הצרפתי לואי דה ברולי. בוהר הציע מודל לאטומים שבו האלקטרונים מסתובבים מסביב לגרעין של האטום במסלולים קבועים. בוהר גם חישב את האנרגיה של המסלול הקטן ביותר האפשרי וגילה שהיא

$$Ry = -\frac{(ke^2)^2 m_e}{2\hbar^2}$$

כאשר  $k = 9 \cdot 10^9 \frac{Nm^2}{C^2}$  קבוע קולון,  $e = 1.6 \cdot 10^{-16} C$  מטען האלקטרון,  $m_e = 9.1 \cdot 10^{-31} kg$  מסת האלקטרון ו  $\hbar = \frac{h}{2\pi}$  נקרא "קבוע פלאנק המצומצם".  
 חישוב זה התאים לתוצאות הניסויי (האנרגיה נקראת אנרגיית רידברג ע"ש הפיסיקאי השוודי שמדד אותה יוהנס רידברג, לכן הסימון  $Ry$ ).  
 את ההסבר מדוע האלקטרון נמצא רק במסלולים מסויימים נתן דה ברולי. הוא התייחס לאלקטרון כגל שנע מסביב לאטום. כיוון שהגל חייב להיות באותו מצב לאחר סיבוב מלא סביב האטום (נקרא תנאי שפה סגור) רדיוס המסלול חייב להיות שווה לכפולה שלמה של אורך הגל של האלקטרון. המסלול הכי קטן יהיה זה עם ההיקף ששווה לאורך הגל  $\lambda = 2\pi r$ .  
 האנרגיה הקינטית והפוטנציאלית של אלקטרון במסלול זה:

$$E_p = -\frac{ke^2}{r}, E_k = \frac{1}{2}m_e v^2 = \frac{1}{2}m_e ar = \frac{1}{2}k \frac{e^2}{r} = -\frac{1}{2}E_p$$

כלומר האנרגיה הכוללת של האלקטרון היא  $-\frac{ke^2}{2r}$  ומהירותו מקיימת  $m_e v^2 r = ke^2$ .  
 נשווה לאנרגיה שבוהר חישב ונקבל:

$$-\frac{(ke^2)^2 m_e}{2\hbar^2} = E_p + E_k = -\frac{ke^2}{2r} \Rightarrow$$

$$ke^2 m_e = \frac{\hbar^2}{r} \Rightarrow m_e^2 v^2 r^2 = \hbar^2 \Rightarrow m_e^2 v^2 \frac{\lambda^2}{(2\pi)^2} = \hbar^2 \Rightarrow$$

$$p^2 \lambda^2 = (2\pi\hbar)^2 = \hbar^2$$

ולכן אורך הגל של האלקטרון הינו  $\lambda = \frac{\hbar}{p}$ .  
 מניסויים נוספים הסתבר שהתוצאה של דה ברולי נכונה לחלקיקים רבים (למעשה לכל חלקיק בעל מסה שנע במהירות קטנה מאוד ממהירות האור). מצד שני התוצאות לגבי אטומים לא מדוייקות, בהמשך הקורס נראה את התוצאה המדוייקת עבור אטום המימן.

### משוואת שרדינגר

לפי התוצאות הללו ניתן לתאר חלקיק בעזרת גל בעל אורך גל  $\lambda = \frac{h}{p}$  (דה ברולי) ואנרגיה  $E = hf$  (פלאנק), כלומר בעזרת  $\psi = Ae^{-i(\omega t - Kx)}$ , כאשר  $\omega = \frac{E}{\hbar}$  ו  $K = \frac{2\pi}{\lambda}$ .  
 נקראת פונקציית הגל של החלקיק.

עבור חלקיק הנע באנרגיה פוטנציאלית  $V(x)$  האנרגיה היא  $E = \frac{p^2}{2m} + V(x)$ , משוואה זו היא בעצם משוואת דיספרסיה, נראה זאת ע"י הצבה של ההגדרות עבור  $\omega$  ו  $K$ :

$$\hbar\omega = \frac{K^2 \hbar^2}{2m} + V(x)$$

ארווין שרדינגר, פיסיקאי גרמני, היה זה שמצא את משוואת הגלים שמקיימת יחס דיספרסיה זה:

$$i\hbar \frac{\partial \psi(x, t)}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \psi(x, t)}{\partial x^2} + V(x) \psi(x, t)$$

## האפקט הפוטואלקטרי

ידוע שכאשר מאורים אור באורך גל  $6250\text{\AA}$  על מתכת מסוימת נפלטים מפני המתכת אלקטרונים במהירות של עד  $4.6 \cdot 10^5 \frac{m}{s}$ .  
א. מצא את האנרגיה המקסימלית של האלקטרונים הנפלטים ביחידות של  $eV$ .  
ב. חשב את תדירות הסף של האור מתחתיה לא יפלטו אלקטרונים.  
ג. חשב את פונקציית העבודה של המתכת.

### פתרון

א. האנרגיה של האלקטרונים הנפלטים  $E = \frac{1}{2}m_e v^2 = \frac{1}{2} \cdot 9.1 \cdot 10^{-31} \cdot (4.6 \cdot 10^5)^2 J \approx 9.62 \cdot 10^{-20} J$  נמיר ליחידות של  $eV$ . אלקטרון וולט אחד הינו האנרגיה של אלקטרון שהוא ע"י מתח של 1 וולט  $1eV = 1.6 \cdot 10^{-19} J$ .

$$E_k = \frac{9.62 \cdot 10^{-20}}{1.6 \cdot 10^{-19}} eV = 0.6eV$$

ב. תדירות הסף היא התדירות שבה האנרגיה של הפוטונים שווה לפונקציית העבודה של המתכת:

$$hf_{min} = \phi$$

נשתמש באורך הגל הנתון ובאנרגיה שחישבנו בסעיף א ונציב בנוסחת איינשטיין ( $f = \frac{c}{\lambda}$ )

$$E_k = h \frac{c}{\lambda} - \phi \Rightarrow 9.62 \cdot 10^{-20} = 6.63 \cdot 10^{-34} \cdot \frac{3 \cdot 10^8}{6250 \cdot 10^{-10}} J - \phi \Rightarrow$$

$$\phi = 2.22 \cdot 10^{-19} J = 1.39eV$$

ולכן התדר המינימאלי הינו:

$$f_{min} = \frac{\phi}{h} = \frac{2.22 \cdot 10^{-19} J}{6.63 \cdot 10^{-34} J \cdot s} = 3.35 \cdot 10^{14} Hz = 335 THz$$

ג. את פונקציית העבודה חישבנו בסעיף הקודם  $\phi = 1.39eV$