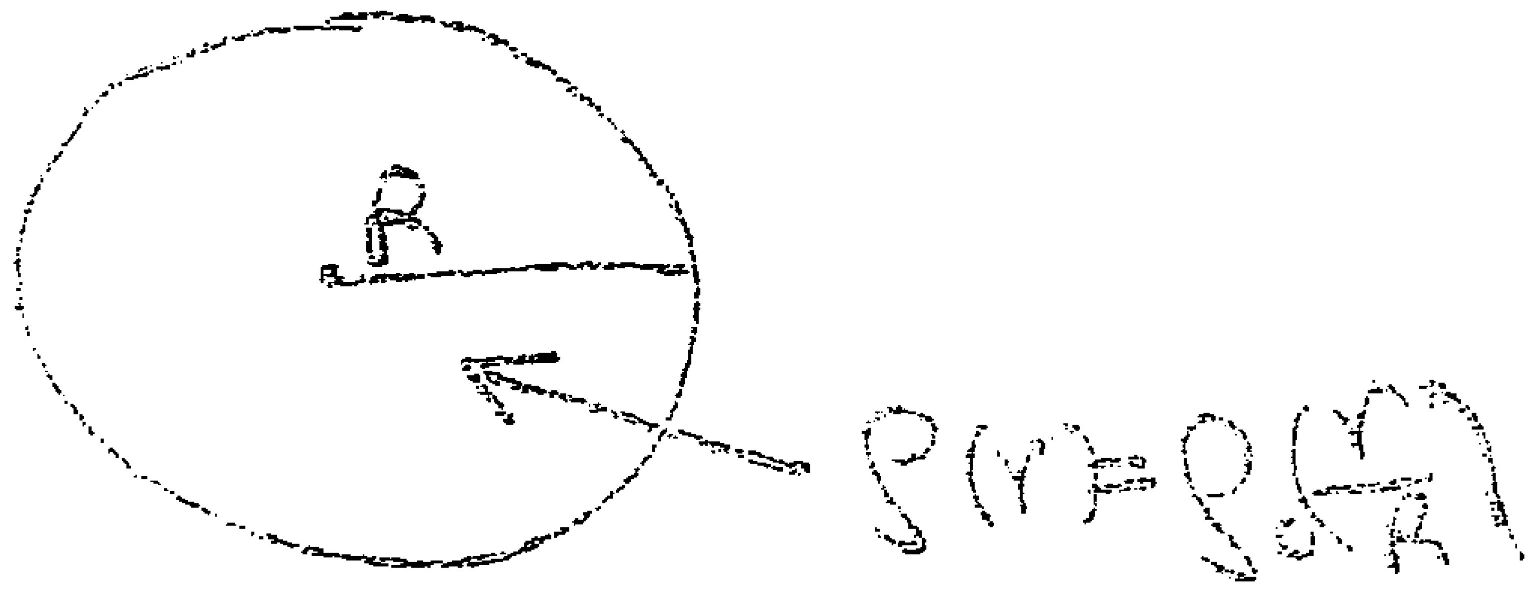
שאלה 1)



(א) המטען הכללי Q

$$Q=\int_0^R \rho(r)\,4\pi r^2\,dr$$

$$Q=\frac{\rho_0}{R}\int_0^R 4\pi r\cdot r^2\,dr=\frac{4\pi\rho_0}{R}\left[\frac{r^4}{4}\right]_0^R=\frac{\pi\rho_0}{R}R^4=\pi\rho_0 R^3$$

$$\boxed{Q=\rho_0\pi R^3}\ C$$

(ב) השדה בחוץ $(R<r)$

$$\boxed{\bar{E}=k\frac{Q}{r^2}\hat{r}=k\frac{\rho_0\pi R^3}{r^2}\hat{r}}$$

(ג) השדה בפנים

$$\varepsilon_0\oint E\cdot ds=\sum q$$

$$\varepsilon_0 E\,4\pi r^2=\rho_0\pi\frac{r^4}{R}\qquad \boxed{\bar{E}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\,\frac{\rho_0\pi r^2}{R}=\left(\frac{\rho_0}{4\varepsilon_0 R}\right)r^2\,\hat{r}}$$

(ד) הפוטנציאל בחוץ

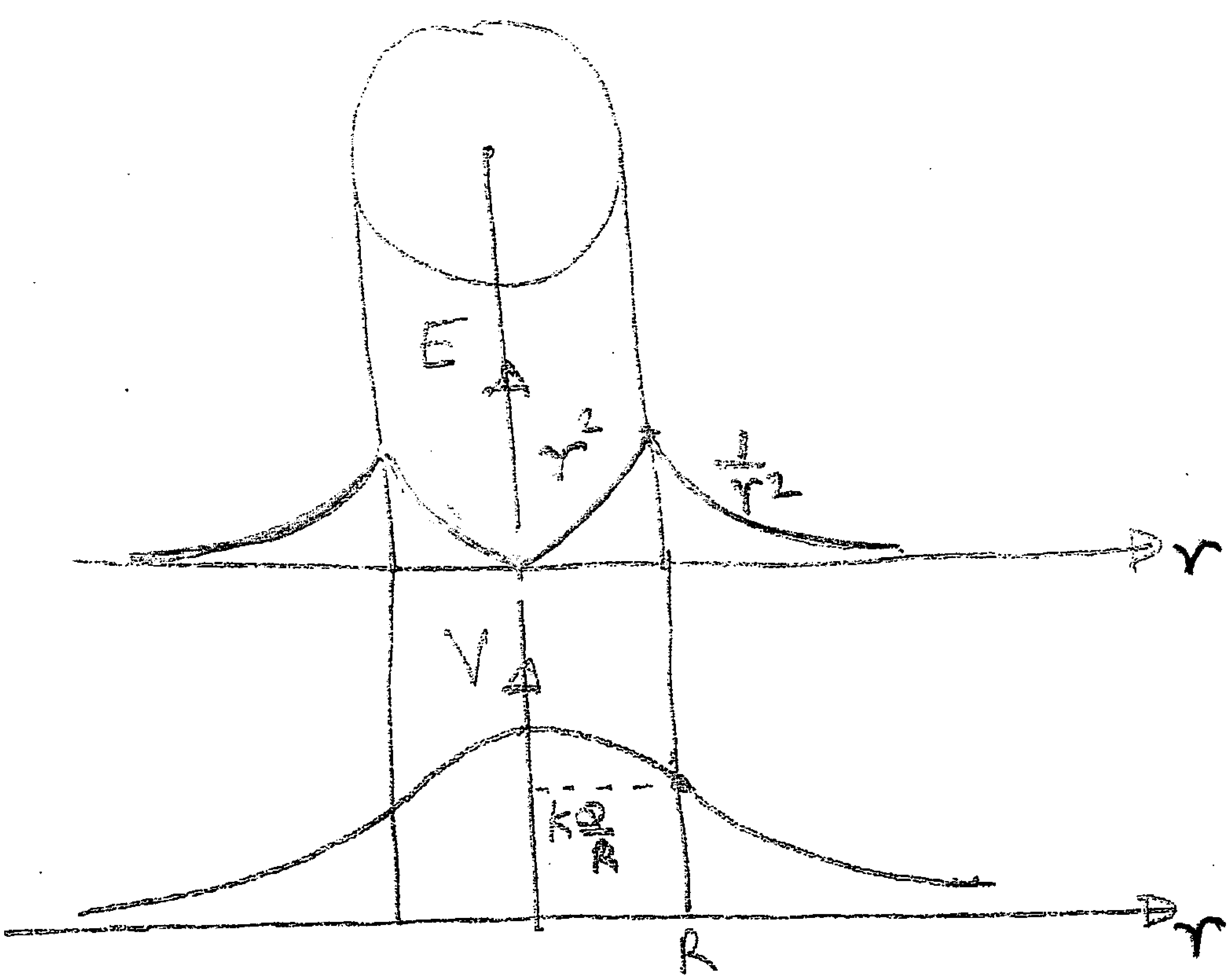
$$V=-\int_\infty^r E\cdot dr=-\int_\infty^r k\frac{Q}{r^2}dr=\left[k\frac{Q}{r}\right]_\infty^r=k\frac{Q}{r}$$

(ה) הפוטנציאל בפנים

$$V=-\int_\infty^R E\cdot dr-\int_R^r E\cdot dr=k\frac{Q}{R}-\frac{\rho_0}{4\varepsilon_0 R}\int_R^r r^2\,dr$$

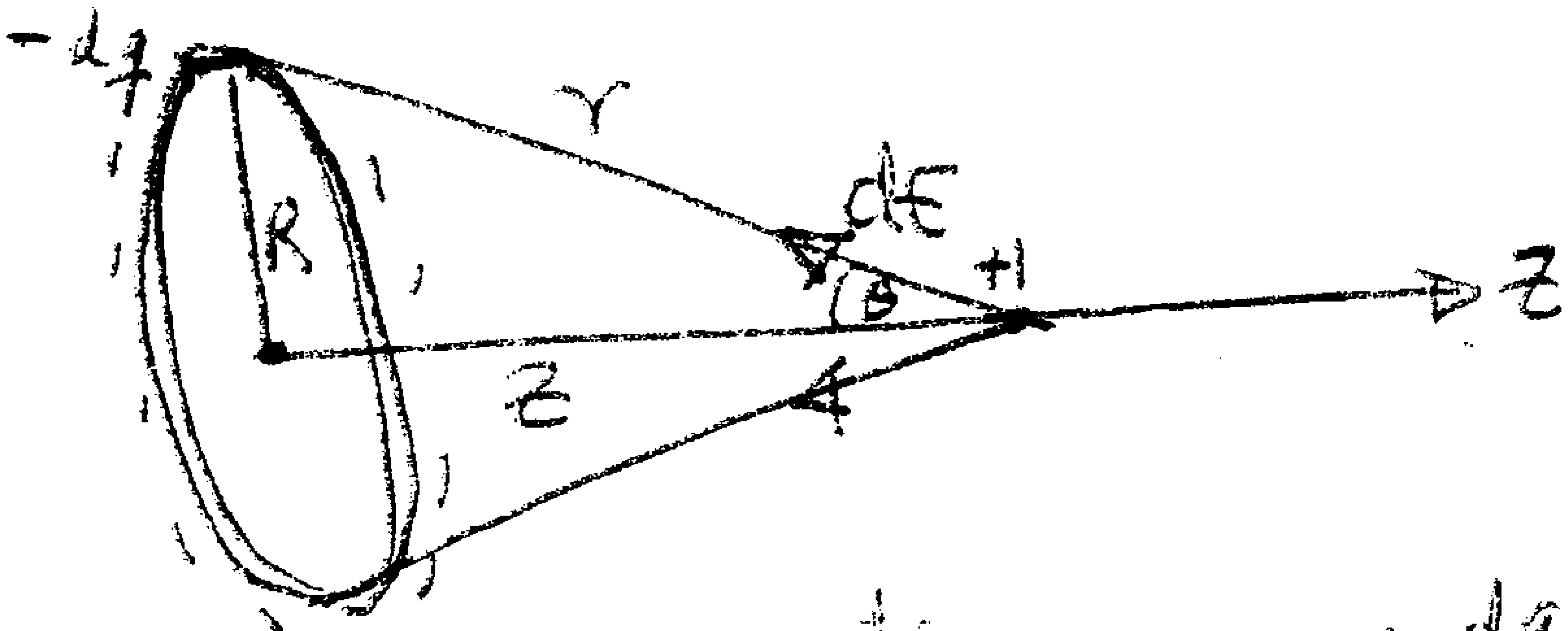
$$=k\frac{Q}{R}-\frac{\rho_0}{4\varepsilon_0\cdot 3R}(r^3-R^3)=k\frac{Q}{R}+\frac{\rho_0 R^2}{12\varepsilon_0}-\frac{\rho_0 r^3}{12\varepsilon_0 R}$$

<u>בדיקה</u> - עבור $r=R$ מקבלים שוב את הפוטנציאל על שפת הכדור $k\frac{Q}{R}$


E
r^2
$\frac{1}{r^2}$
r
V
$\frac{kQ}{R}$
R
r

21/10/12 פיסיקה 2 – מועד ב'

שאלה 2



(א) 5 נק'

$$d\vec{E} = k\frac{dq}{r^2}\hat{r}$$

$$dE_z = k\frac{dq}{r^2}\cos\theta = k\frac{dq}{r^2}\left(\frac{z}{r}\right) = k\frac{z}{r^3}dq$$

$$\boxed{E_z = \int dE_z = \frac{kzq}{r^3}}$$

$(-\hat{z})$ השדה החשמלי של הטבעת

(ב) 5 נק'

השדה במרחקים גדולים

$$E_z = \frac{kzq}{(z^2+R^2)^{3/2}} \overset{z\gg R}{\cong} \frac{kzq}{z^3} = \frac{kq}{z^2}$$

(ג) 5 נק'

$$\boxed{\vec{F} = QE_z = -\frac{kQqz}{(z^2+R^2)^{3/2}} \quad (-\hat{z})}$$

הכוח שהכדור מרגיש

(ד) 10 נק'

$$W = \int \vec{F}\cdot d\vec{z} = -\int_{\sqrt{8}R}^{0}\frac{kQqz\,dz}{(z^2+R^2)^{3/2}} = -kQq\int_{\sqrt{8}R}^{0}\frac{z\,dz}{(z^2+R^2)^{3/2}}$$

$$W = -kQq\left[-\frac{1}{\sqrt{z^2+R^2}}\right]_{\sqrt{8}R}^{0} = -kQq\left(-\frac{1}{R}+\frac{1}{\sqrt{8R^2+R^2}}\right) = -kQq\left(\frac{1}{3R}-\frac{1}{R}\right)$$

$$\boxed{W = kQq\left(\frac{2}{3R}\right)} \qquad W = \frac{1}{2}mv^2$$

$$\frac{2}{3}\frac{kQq}{R} = \frac{1}{2}mv^2 \qquad v^2 = \frac{4}{3}\frac{kQq}{mR} \qquad \boxed{v = 2\sqrt{\frac{kQq}{3mR}}}$$

המהירות במרכז הטבעת

דרך שניה נוספת – משפט פוטנציאל:

$$V_1 = k\frac{q}{r} = k\frac{q}{\sqrt{R^2+z^2}} \qquad V_2 = k\frac{q}{R} \quad (\text{במרכז הטבעת})$$

$$\Delta V = k\frac{q}{R} - k\frac{q}{\sqrt{R^2+z^2}} \underset{z=\sqrt{8}R}{=} kq\left(\frac{1}{R}-\frac{1}{3R}\right) = \frac{2}{3}\frac{kq}{R}$$

$$\Delta U = \frac{2}{3}\frac{kQq}{R} \longrightarrow \frac{2}{3}k\frac{Qq}{R} = \frac{1}{2}mv^2 \longrightarrow \boxed{v = 2\sqrt{\frac{kQq}{3mR}}}$$

(ה) המטען יגיע למרחק מקסימלי $z=-\sqrt{8}R$ מצד השני של הטבעת

מטען – כיוון תנועה

האם המטען Q יבצע תנועה הרמונית?

$$\vec{F} = -k\frac{Qqz}{(z^2+R^2)^{3/2}} \quad (-\hat{z})$$

- ת.ה.פ. קיים כאשר $f=-kx$, אולם כאן הביטוי אחר. לכן זוהי תנועה מחזורית אולם אינה הרמונית.

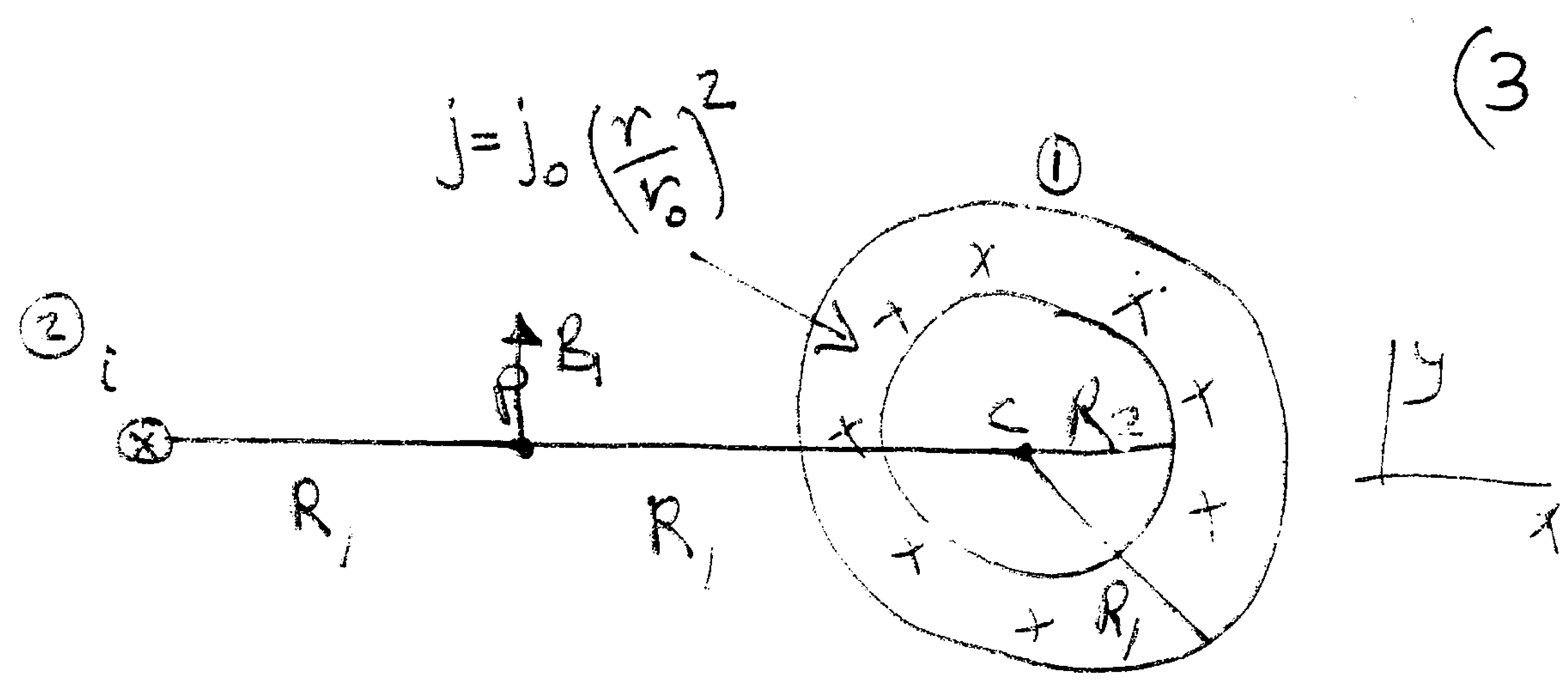
- אם נלך לתחום קטן דהיינו $z \ll R$ התנועה ~~תהיה~~ תהיה הרמונית שם

$$f = -k\frac{Qqz}{R^3} = -\left(k\frac{Qq}{R^3}\right)z = -k'z$$

במקרה זה ניתן לחשב את זמן המחזור וכן התדירות של התנועה

$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k'}{m}} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{kQq}{R^3 m}}$$

(3



$dI = j\,dA$

(א) הזרם הכולל בין שני הגלילים

$$I=\int_{R_2}^{R_1} j\,2\pi r\,dr = \int j_0\left(\frac{r}{r_0}\right)^2 2\pi r\,dr$$

$$I=\frac{j_0\,2\pi}{r_0^2}\int_{R_2}^{R_1} r^3\,dr = \frac{2\pi j_0}{4r_0^2}\left(R_1^4-R_2^4\right)$$

$$\boxed{B(C)=0}$$

(ב)

$$\oint \bar{B}\cdot d\bar{l} = \mu_0 \Sigma i$$

$$B\,2\pi(2R_1)=\mu_0 I$$

$$\boxed{B=\frac{\mu_0 I}{4\pi R_1}}$$

$$\boxed{B(P)=\frac{\mu_0 I}{4\pi R_1}}\ (\hat{y})$$

(ג) כיוון הזרם i הוא לתוך הדף השדה בנקודה C מינוס למטה

$$B_C=\frac{\mu_0 i}{2\pi(3R_1)}\ \downarrow(-\hat{y})$$

(ד) התנאי לשדה בנק' P

$$B_P=\frac{\mu_0 i}{2\pi R_1}\ \downarrow(-\hat{y})$$

הזרם i חייב להיות לתוך הדף

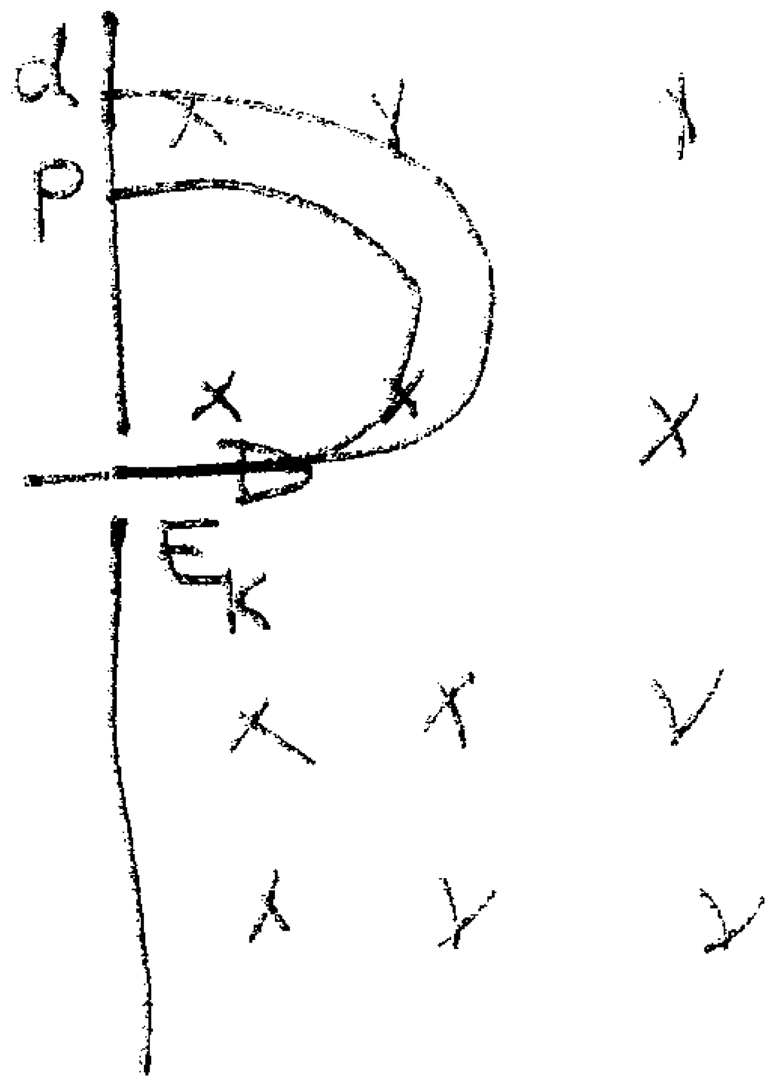
$$\frac{I}{4}-\frac{i}{2}=\frac{i}{6}$$

$$\boxed{\cancel{\frac{\mu_0 I}{4\pi R_1}}-\cancel{\frac{\mu_0 i}{2\pi R_1}}=-\left(\cancel{\frac{\mu_0 i}{6\pi R_1}}\right)}$$

$$\frac{I}{4}=\frac{4}{6}i$$

$$\boxed{i=\frac{6}{16}I}$$

כיוון לתוך הדף



4) (א)

$$E_k = \frac{1}{2} m v^2$$

$$\boxed{v = \sqrt{\frac{2E_k}{m}}}$$

מהירות הפרוטון

$$R = \frac{mv}{eB} = \frac{m}{eB}\sqrt{\frac{2E_k}{m}}$$

$$\boxed{R = \frac{\sqrt{2mE_k}}{eB}}$$

רדיוס הפרוטון

(ב)

$$\frac{v_d}{v_p} = \frac{\sqrt{\frac{2E_k}{2m}}}{\sqrt{\frac{2E_k}{m}}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

(ג)

$$\frac{R_d}{R_p} = \frac{\sqrt{2(2m)E_k}/eB}{\sqrt{2mE_k}/eB} = \sqrt{2}$$

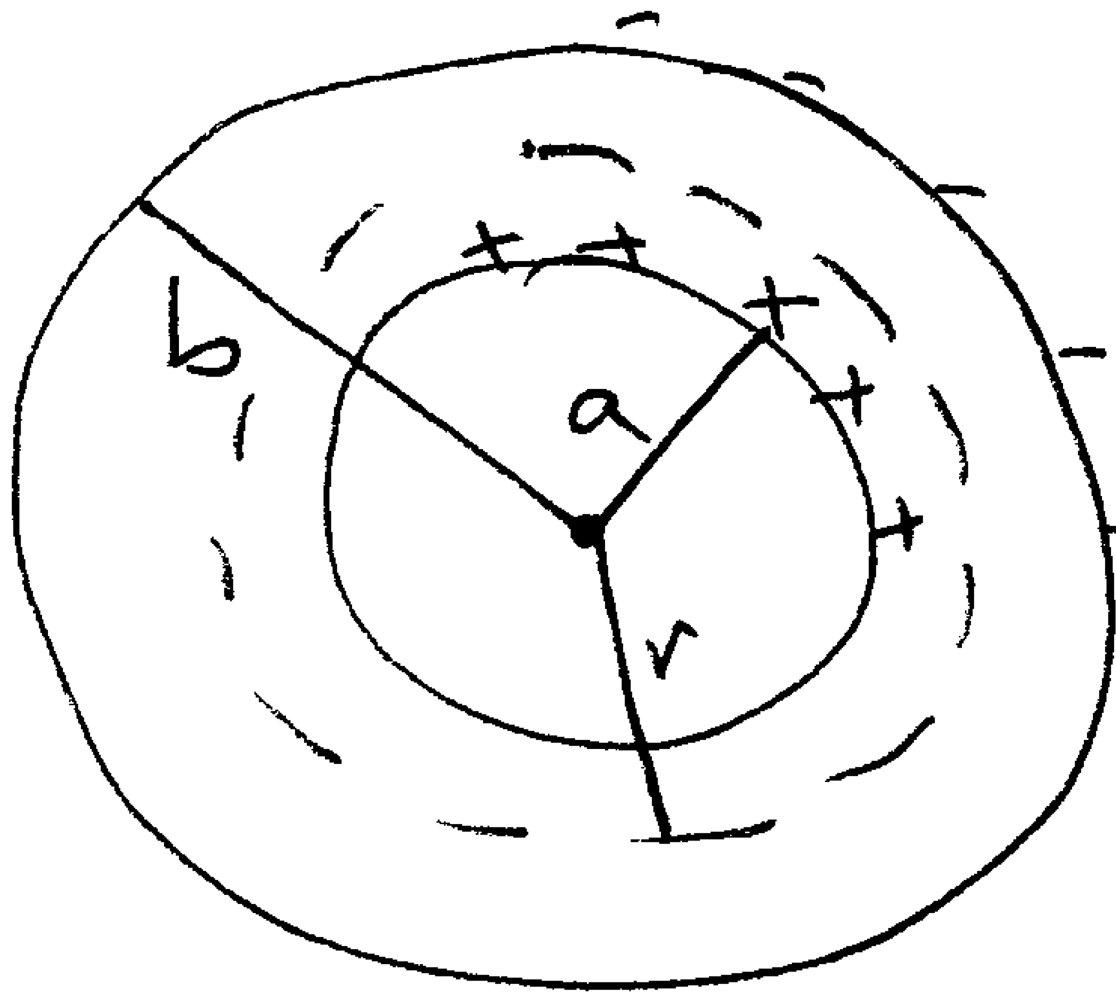
(ד)

$$\Delta X = 2(R_d - R_b) = 2\left(\frac{\sqrt{2(2m)E_k}}{eB} - \frac{\sqrt{2mE_k}}{eB}\right)$$

$$\Delta X = 2\frac{\sqrt{2mE_k}}{eB}\left(\sqrt{2} - 1\right) = 0.828\frac{\sqrt{2mE_k}}{eB}$$

(ה) הגדלת האנרגיה הקינטית פי 4 תגדיל את ΔX פי 2.

שאלה 5



א) נחשב תחילה את השדה לפי חוק גאוס: משטח גאוס כדורי ברדיוס r.

$$\varepsilon_0 \oint \bar{E}\cdot d\bar{s} = \Sigma q$$

$$\varepsilon_0 E\, 4\pi r^2 = Q$$

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2} \qquad \boxed{\vec{E} = k\frac{Q}{r^2}\hat{r}}$$ השדה בתוך הקבל

$$V = -\int_b^a E\cdot dr = -kQ\int_b^a \frac{1}{r^2}dr = kQ\left[\frac{1}{r}\right]_b^a = kQ\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{b}\right)$$

$$V = kQ\frac{b-a}{(a.b)} \qquad C = \frac{Q}{V} = \frac{1}{k}\frac{ab}{(b-a)}$$

$$\boxed{C = 4\pi\varepsilon_0\frac{ab}{(b-a)}}$$ הקיבול של הקבל הכדורי

ב) S_1,S_2 סגורים; S_3,S_4 פתוחים. שני הקבלים מחוברים בטור

$$\frac{1}{C_t} = \frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2} = \frac{2}{C} \qquad \boxed{C_t = \frac{1}{2}C}$$

$$\boxed{V_1 = \frac{1}{2}\varepsilon \qquad q_1 = CV_1 = \frac{1}{2}C\varepsilon}$$

$$\boxed{V_2 = \frac{1}{2}\varepsilon \qquad q_2 = CV_2 = \frac{1}{2}C\varepsilon}$$

ג) S_1,S_2,S_3 סגורים; S_4 פתוח

$$\boxed{\begin{matrix} V_1 = 0 & q_1 = 0 \\ V_2 = \varepsilon & q_2 = \varepsilon C \end{matrix}}$$

ד) S_1,S_2,S_4 סגורים; S_3 פתוח

$$V_1 = \varepsilon \qquad q_1 = \varepsilon C$$

$$V_2 = 0 \qquad q_2 = 0$$

הקבל C_1 נטען למקסימום, ומהווה נתק

$$i(R_1) = i(R_3) = \frac{\varepsilon}{2R} \quad (t=0 \text{ בזמן}) \quad i(R_2) = 0$$

(ה) כשהמפסקים סגורים

הקבל C_2 מקוצר, לכן $q_2=0$ $V_2=0$

הקבל C_1 מחובר במקביל לנגד R_2

$$i=\frac{\mathcal{E}}{\Sigma R}=\frac{\mathcal{E}}{R_1+R_2+R_3}=\frac{\mathcal{E}}{3R}=\frac{1}{3}\,\frac{\mathcal{E}}{R}$$

$$\boxed{\begin{aligned} V_1&=R_2 i=\cancel{R}\left(\frac{1}{3}\,\frac{\mathcal{E}}{\cancel{R}}\right)=\frac{1}{3}\mathcal{E}\\ q_1&=C_1V_1=\frac{1}{3}\mathcal{E}C\end{aligned}}$$