

## תרגול 2 - חוק קולון ושדה חשמלי

### חוק קולון (1783)

מתאר את האינטרקציה החשמלית בין שני מטענים נקודתיים  $q_1$  ו- $q_2$ . ישנם שני כיתובים לחוק קולון וחשוב להבין בהבדל ומתי נשתמש בכל אחד מהם:

$$(1) \vec{F}_{1 \rightarrow 2} = \frac{kq_1q_2(\vec{r}_2 - \vec{r}_1)}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_1|^3}$$

$$(2) F_{12} = \frac{kq_1q_2}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_1|^2} \cdot \hat{r}_{1 \rightarrow 2}$$

$$(3) k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \approx 9 \cdot 10^9 \frac{Nm^2}{C^2}$$

מטענים שווי סימן: הכח הינו דוחה (+)

מטענים שוני סימן: הכח הינו מושך (-)

כאשר יהיה לנו חישוב פשוט בציר אחד נשתמש ב(1) וכאשר יהיה לנו כח כולל בכמה צירים נשתמש ב(2)

נזכור כי וקטור היחידה מוגדר:

$$(4) \hat{r}_{1 \rightarrow 2} = \frac{\vec{r}_2 - \vec{r}_1}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_1|}$$

### שדה חשמלי

שדה חשמלי נוצר כתוצאה מהימצאות מטען או התפלגות מטען במרחב. השדה מהווה אינדקציה לכח שהיה פועל על מטען בוחן בכל נקודה במרחב:

$$(5) \vec{E} = \frac{\vec{F}}{q^*} = \frac{kq(\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} = \frac{kq}{|\vec{r} - \vec{r}'|^2} \cdot \hat{r}$$

$$(6) [E] = \frac{N}{C}$$

כאשר  $q^*$  הינו מטען הבוחן

### עקרון סופרפוזיציה

הכח הפועל על מטען Q הוא סכום וקטורי של כל הכוחות הפועלים עליו, כך השדה החשמלי בנקודה הוא סכום כל השדות.

$$(7) \vec{F}_{\rightarrow Q} = kQ \sum \frac{q_i}{|\vec{r}_Q - \vec{r}_i|^3} \cdot (\vec{r}_Q - \vec{r}_i)$$

$$(8) \vec{E} = k \sum \frac{q_i}{|\vec{r} - \vec{r}_i|^3} \cdot (\vec{r} - \vec{r}_i)$$

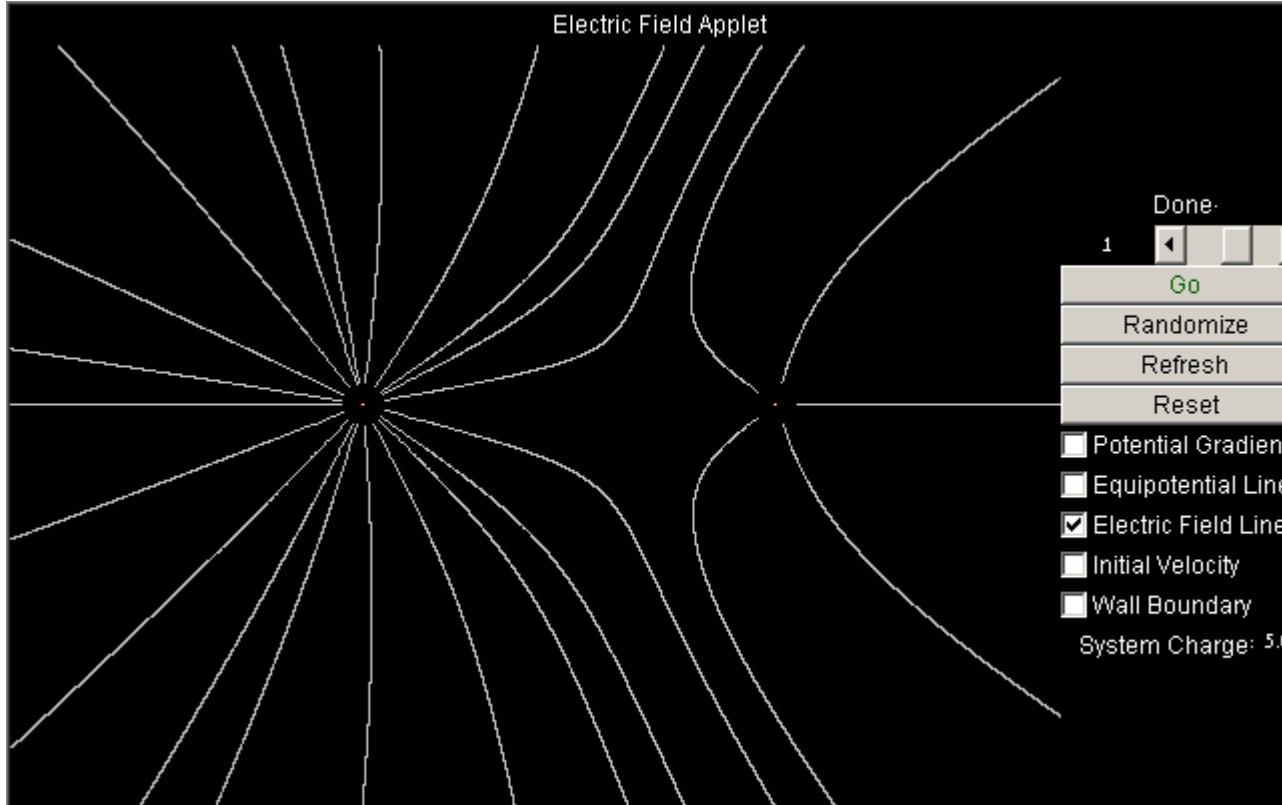
### שאלה 2.2104

שני מטענים  $q$  ו- $4q$  מקובעים במרחק  $d$  זה מזה. היכן יש לשים מטען שלישי כך שהוא ישאר במנוחה? מהו סימנו? האם הוא בש"מ יציב?

### פתרון

כדי לקבל קצת אינטואיציה אפשר לצייר את קווי השדה ששני מטענים כאלה יוצרים במרחב:

מימין שמתי את המטען  $q$  ומשמאל המטען  $4q$



ניתן לצפות שבאיזור שקרוב יותר למטען הימני ניתן להשים מטען נוסף שיסאר במנוחה. נפתור באופן מפורש את התחום שבין שני המטענים.

נדרוש שסה"כ הכח יהיה אפס כלומר (כל הפתרון על ציר אחד כמובן):  
נסמן את  $x$  כהמרחק מהמטען  $q$

$$(1) \Sigma \vec{F} = 0 \Rightarrow -\frac{kqQ}{x^2} + \frac{k4qQ}{(d-x)^2} = 0$$

$$(2) 4x^2 = (d-x)^2$$

$$(3) 2x = \pm(d-x)$$

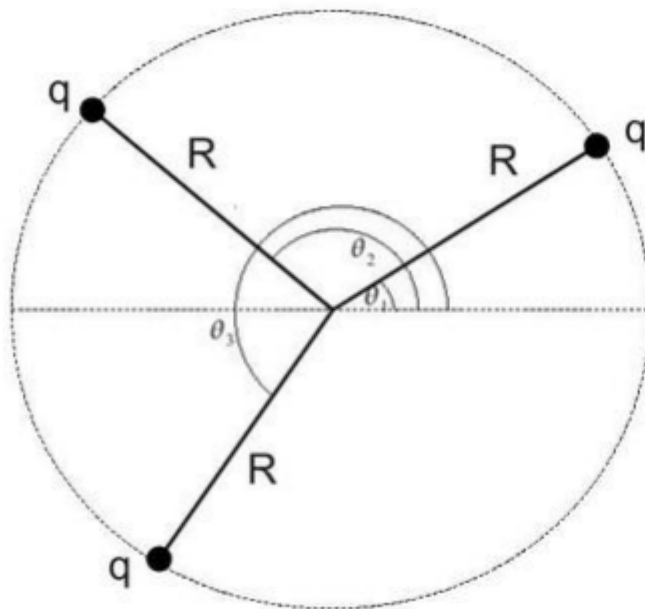
$$(4) 2x \pm x = \pm d$$

$$(5) x_1 = -d \quad x_2 = \frac{d}{3}$$

נשים לב שתחום ההגדרה של  $x$  הינו מאפס עד  $d$  לכן הפתרון השני נשלל באופן טרוויאלי, אם היינו צריכים לדון בתחומים אחרים כיוון השדה היה צריך להשתנות בהתאם. אין חשיבות לסימן כדי שישאר במנוחה. (רואים זאת בזכות הצמצום במטען  $Q$ ).  
נניח ואנו נשים מטען חיובי אזי יהיה שיווי משקל בציר  $x$  ולא יציב ב  $y$  ו  $z$   
נניח ואנו נשים מטען שלילי אזי יהיה שיווי משקל בציר  $y$  ולא יציב ב  $x$ .

**שאלה 2.2301**

על מעגל ברדיוס R ממוקמים שלושה מטענים זהים בעלי מטען q כל-אחד בזווית מהכיוון החיובי של ציר ה-x, כפי שמתואר בשרטוט.



א. מצא/י את השדה החשמלי במרכז המעגל  
 ב. האם את/ה יכול/ה למצוא שלוש זוויות כך שהשדה החשמלי במרכז המעגל מתאפס?

**פתרון**

א. לפי עקרון סופרפוזיציה:

$$(1) \vec{E}_{total} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3$$

$$(2) \vec{E}_i = -\frac{kq}{R^2} \hat{r}_i; \quad \hat{r}_i = (\cos\theta_i, \sin\theta_i)$$

$$(3) \vec{E}_{total} = -\frac{kq}{R^2} (\cos\theta_1 + \cos\theta_2 + \cos\theta_3, \sin\theta_1 + \sin\theta_2 + \sin\theta_3)$$

ב. בלי הגבלת הכלליות ניישר את ראשית הצירים ככה שמטען אחד יהיה בציר איקס חיובי

$$(4) \Sigma \vec{E} = 0$$

עבור ציר x:

$$(5) 1 + \cos\theta_1 + \cos\theta_2 = 0$$

עבור ציר y:

$$(6) \sin\theta_1 + \sin\theta_2 = 0 \Rightarrow \theta_1 = -\theta_2$$

$$(7) 2\cos\theta_1 = -1 \Rightarrow \theta_1 = \frac{2\pi}{3} = 120^\circ$$

$$(9) \theta_2 = -\frac{2\pi}{3} = -120^\circ \quad \theta_1 = 0$$

כלומר בכל מיקום שלא נבחר את המטען הראשון שני המטענים האחרים יהיו בזווית של 120 מעלות ממנו מלמעלה ולמטה.

### שאלה 2.2302

חשבו את השדה החשמלי במישור  $x-y$ , הנוצר כתוצאה מהמטענים החיוביים: מטען  $Q$  בנק'  $(0, a)$ , ומטען  $Q$  בנק'  $(0, -a)$  מהו השדה על ציר  $x$ ?

### פתרון

לפי עיקרון סופרפוזיציה סכום השדות יהיה השדה הכולל:

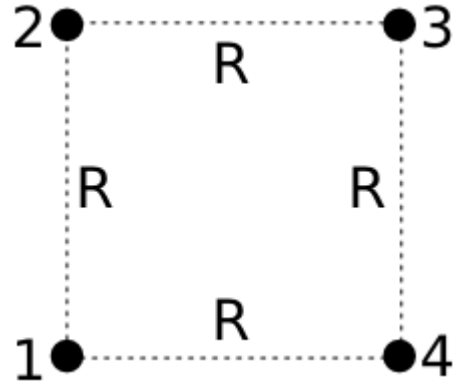
$$(1) \vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = \frac{kq(x\hat{x} + (y-a)\hat{y})}{(x^2 + (y-a)^2)^{3/2}} + \frac{kq(x\hat{x} + (y+a)\hat{y})}{(x^2 + (y+a)^2)^{3/2}}$$

עבור ציר  $x$ :  $y = 0$

$$(2) \vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = \frac{kq(x\hat{x} - a\hat{y})}{(x^2 + a^2)^{3/2}} + \frac{kq(x\hat{x} + a\hat{y})}{(x^2 + a^2)^{3/2}} = \frac{2kqx\hat{x}}{(x^2 + a^2)^{3/2}}$$

**שאלה 2. 2304**

נתונים ארבעה מטענים זהים  $q$  אשר מונחים בפינות ריבוע על פי הסידור שבתמונה:



מוציאים את מטען מספר 1. מה גודלו של השדה החשמלי במרכז הריבוע?

**פתרון**

לפי עקרון סופרפוזיציה:

$$(1) \Sigma \vec{E} = \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \vec{E}_4$$

נשים לב שמטען 2 מבטל את מטען 4 לכן התרומה שתיהיה לנו במרכז תנבע ממטען 3 בלבד לכן:

$$(2) |\Sigma \vec{E}| = |\vec{E}_3| = \frac{k|q|}{(1/2)R^2}$$