בהמשך השאלה נשתמש במערכת צירים מואצת (לא אינרציאלית) שנעה יחד עם הגוף המסומן בM.
על מנת לעשות זאת, עלינו לגלות את תאוצת הגוף הנ"ל. נרשום את משוואת הכוחות בכיוון x (אופקי ימינה), שפועלים על הגוף M, תוך סימון תאוצתו בA:

$$F-N_{m_2\to M}=MA$$

זוהי משוואה אחת עם נעלם אחד, ולכן נזדקק לעוד משוואה. נרשום את משוואת הכוחות באותו כיוון x עבור הגוף m_2 תוך ניצול ההבנה שתאוצתו גם היא A.

$$N_{M\to m_2}=m_2A$$

חיבור המשוואות, וחלוקה בסכום המסות יתן לנו:

$$A=\frac{F}{M+m_2}$$

ההבנה הפיסיקלית היא שהכוח F פועל על שתי המסות התחתונות, אבל לא על העליונה.
עכשיו כשאנחנו יודעים את התאוצה אנחנו מוכנים לעבור למערכת המואצת, בתאוצה A. עבור הגוף m_1 נרשום משוואת כוחות בציר x (אופקי וימינה), כאשר נכלול בתוך זה את הכוח המדומה. נקבל:

$$T-m_1A=m_1a$$

עבור הגוף השני m_2 נרשום משוואת כוחות בציר y (האנכי ולמעלה), תוך הבנה שתאוצת הגוף שווה למינוס תאוצת הגוף m_1 בגלל החבל:

$$T-m_2g=-m_2a$$

חיסור המשוואה הראשונה בשניה יתן לנו:

$$(m_1+m_2)a=m_2g-m_1A=m_2g-m_1\left(\frac{F}{M+m_2}\right)$$

1. "מהו הכוח F המינימלי שיגרום למסה m1 לא ליפול?"
   על מנת לאפס את התאוצה במשוואה האחרונה, נדרוש כי:
   $$m_2g-m_1\left(\frac{F}{M+m_2}\right)=0$$
   $$F=\frac{m2}{m1}g(M+m_2)$$
2. "אם הכוח גדול פי שניים מהכוח שמצאתם בסעיף א', מהי תאוצת כל אחת מהמסות יחסית לגוף M?"
   נציב $F=2\frac{m2}{m1}g(M+m_2)$ במשוואת התאוצה:

$$(m_1+m_2)a=m_2g-m_1\left(\frac{F}{M+m_2}\right)=m_2g-m_1\left(\frac{2\frac{m2}{m1}g(M+m_2)}{M+m_2}\right)=-m_2g$$

$$a=-\frac{m_2}{m_1+m_2}g$$

מבדיקת הכיוון שנתנו קודם למערכת הצירים, התוצאה היא תאוצה שמאלה עבור הגוף העליון, ולמעלה עבור הגוף התחתון.

מטוס טס במהירות V_0 על ציר x בגובה רב h. ברגע
$t=0$ נופל מהמטוס כדור במסה m, על הכדור פועל כח חיכוך של
האוויר מהצורה $\vec{F}=-\gamma\vec{v}$

א) הסבירו את המינוס במשוואה.

ב) מצאו את מהירות הכדור כפונקציה של הזמן

ג) מצאו את מיקום הכדור כפונקציה של הזמן, נתון $x(t=0)=0$

א) המינוס אומר שהכח מנוגד לכיוון התנועה.

ב) נרשום את משוואות הכוחות

$$\sum\vec{F}=-\gamma\vec{v}-mg\hat{y}=m\vec{a}$$

$$F_x=-\gamma V_x=ma_x \qquad F_y=-\gamma V_y-mg=ma_y$$

$$\Downarrow$$

$$-\gamma V_x=m\frac{dV_x}{dt}$$

$$\Downarrow$$

$$-\frac{\gamma}{m}\int dt=\int\frac{dV_x}{V_x}$$

$$-\frac{\gamma}{m}t+c=\ln V_x$$

$$\Downarrow$$

$$V_x=e^{-\frac{\gamma}{m}t+c}=Ae^{-\frac{\gamma}{m}t}$$

$$V_x(t=0)=A=V_0$$

$$V_x(t)=V_0e^{-\frac{\gamma}{m}t}$$

$$V_x(t\to\infty)=0$$

$$-V_y-\frac{mg}{\gamma}=\frac{m}{\gamma}\frac{dV_y}{dt}$$

$$-\frac{\gamma}{m}\int dt=\int\frac{dV_y}{V_y+\frac{mg}{\gamma}}$$

$$-\frac{\gamma}{m}t+C_2=\ln\left(V_y+\frac{mg}{\gamma}\right)$$

$$V_y+\frac{mg}{\gamma}=e^{-\frac{\gamma}{m}t+C_2}=A_2e^{-\frac{\gamma}{m}t}$$

$$V_y=A_2e^{-\frac{\gamma}{m}t}-\frac{mg}{\gamma}$$

$$V_y(t=0)=A_2-\frac{mg}{\gamma}=0\Rightarrow A_2=+\frac{mg}{\gamma}$$

$$V_y(t)=\frac{mg}{\gamma}\left(e^{-\frac{\gamma t}{m}}-1\right)$$

$$V_y(t\to\infty)=\frac{mg}{\gamma}$$

(d

$$x = \int v_x\, dt = v_0 \int e^{-\frac{\gamma}{m}t} = -\frac{v_0 m}{\gamma} e^{-\frac{\gamma}{m}t} + C$$

$$x(t=0) = -\frac{v_0 m}{\gamma} + C = 0 \Rightarrow C = \frac{v_0 m}{\gamma}$$

$$x(t) = \frac{v_0 m}{\gamma}\left(1 - e^{-\frac{\gamma}{m}t}\right)$$

$$y = \int v_y\, dt = \frac{mg}{\gamma} \int \left(e^{-\frac{\gamma t}{m}} + 1\right) dt = \frac{mg}{\gamma}\left(-\frac{m}{\gamma} e^{-\frac{\gamma t}{m}} + t\right) + C$$

$$y(t=0) = -\frac{m^2 g}{\gamma^2} + C = h \Rightarrow C = h + \frac{m^2 g}{\gamma^2}$$

$$y(t) = h + \frac{mg}{\gamma}\left(t + \frac{m}{\gamma}\left(1 - e^{-\frac{\gamma}{m}t}\right)\right)$$