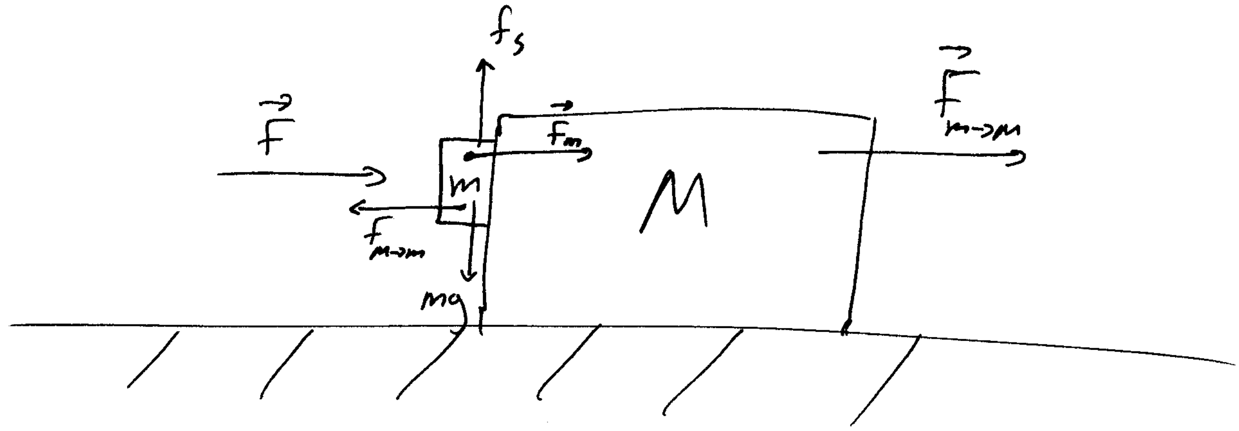


על ציר $\hat{x}$:

$\hat{x}$:

$$\vec{F}_{m\to M} = Ma$$

$+$

$$\vec{f}_m + \vec{f}_{M\to m} = ma$$

$$\vec{F}_{m\to M} + \vec{f}_m + \vec{f}_{M\to m} = (M+m)a$$

חוק שלישי

$$\Rightarrow \quad \vec{f}_m = (M+m)a$$

$$\frac{\vec{F}_m}{M+m} = a$$

ונרצה למצוא את

$f_{M\to m}$

כי הוא הכח הנורמלי:

$$\vec{F}_{M\to m} = -\vec{F}_{m\to M} = -\frac{M\cdot \vec{F}_m}{M+m}$$

סה"כ הכח הנורמלי:

$$N = \frac{M \cdot F}{M+m}$$

והוא מכוון בכיוון ציר $\hat{x}$ השלילי.

<u>כעת אם כן:</u>

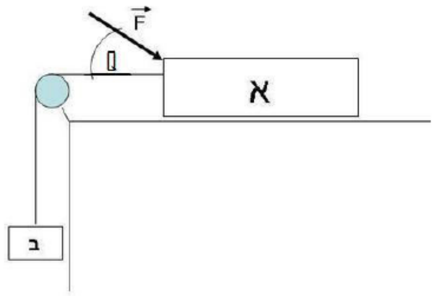
$$\hat{y}: \quad mg = f_s = \mu_s \cdot N = \frac{\mu_s \cdot M \cdot F}{M+m}$$

$$\Rightarrow \quad F = \frac{mg[M+m]}{\mu_s \cdot M}$$

<u>בדיקת יחידות:</u>

$$[F] = \frac{\overset{kg}{[m]} \cdot \overset{m/sec^2}{[g]} \cdot \overset{kg}{[(M+m)]}}{\underset{\#}{[\mu_s]} \cdot \underset{kg}{[M]}} = kg \cdot \frac{m}{sec^2} = \text{Newton} \checkmark$$

Solution, Prob. 1 3201



a. Choosing the positive direction of the *x* axis to the left, we have for mass A:

$$\sum F_x^{(A)} = 0 = m_B g - F\cos\theta + f_s$$

Notice that the static friction was selected as positive. Its direction is actually determined by the competition between the other forces in the problem, such that-

$$\boxed{f_s = F\cos\theta - m_B g}$$

may be positive (friction pointing to the left) or negative (friction pointing to the right).

b. We now demand that the friction is indeed in the static regime:

$$-\mu N \le F\cos\theta - m_B g \le \mu N$$

$$\boxed{\frac{m_B + \mu m_A}{\cos\theta - \mu\cos\theta} g \ge F \ge \frac{m_B - \mu m_A}{\cos\theta + \mu\cos\theta} g}$$

Where here we substituted $N = m_A g + F\sin\theta$ from the *y* axis equation.

CHECK UNITS AND LIMITING CASES!!

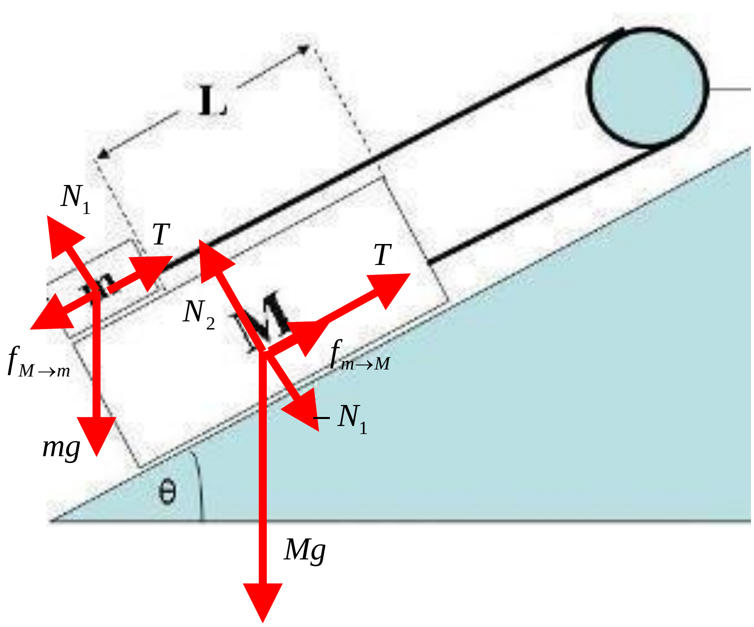
c. We now consider the case where $F = 0$. Newton's law states:

$$\sum F_x^{(A)} = m_A a = m_B g - f_k$$

$$\boxed{a = \left(\frac{m_B}{m_A} - \mu\right) g}$$

Where here we substituted $f_k = \mu m_A g$.

דיאגרמת כוחות על שני הגופים:



שני גופים עם חיכוך

יש שני גופים עם חיכוך ביניהם, אשר מחוברים בחבל דרך גלגלת.

משוואות החוק השני של ניוטון נותנות (במערכת צירים משופעת, ימינה x ולמעלה y):

$$\begin{pmatrix} T \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} f \\ 0 \end{pmatrix} - mg\begin{pmatrix} \sin\theta \\ \cos\theta \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ N_1 \end{pmatrix} = m\vec{a}_1$$
$$\begin{pmatrix} T \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} f \\ 0 \end{pmatrix} - Mg\begin{pmatrix} \sin\theta \\ \cos\theta \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ N_1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ N_2 \end{pmatrix} = M\vec{a}_2$$

שימו לב שבחרנו כאן שהחיכוך פועל שמאלה על הגוף הקטן. זה נובע מההנחה שמסתו קטנה יותר והוא מושך פחות. אם טעינו, הסימן של כוח החיכוך פשוט יהיה שלילי. כמו כן, החיכוך על הכוח הגדול מגיע מהגוף הקטן, בהשלמה עם חוקו השלישי של ניוטון.

אנחנו מאלצים את הגופים לנוע בכיוון השיפוע (x) ובתאוצה מנוגדת (כי הם מחוברים לאותו חוט):

$$\vec{a}_1 = \begin{pmatrix} a \\ 0 \end{pmatrix}$$
$$\vec{a}_2 = -\begin{pmatrix} a \\ 0 \end{pmatrix}$$

נציב את זה לשתי המשוואות הוקטוריות ונקבל 5 משוואות ב4 נעלמים:

$$T - f - mg\sin\theta = ma$$
$$-mg\cos\theta + N_1 = 0$$
$$T + f - Mg\sin\theta = -Ma$$
$$-Mg\cos\theta - N_1 + N_2 = 0$$
$$f = \mu N_1$$

נחסר את השלישית מהראשונה:

$$-2f + (M-m)g\sin\theta = (m+M)a$$
$$(m+M) \neq 0$$
$$a = \frac{M-m}{M+m}g\sin\theta - 2\frac{\mu N_1}{M+m} = \frac{(M-m)\sin\theta - 2\mu m\cos\theta}{M+m}g$$

כדאי לבדוק את הפתרון להגיון פיסיקלי. היחידות של המסה מצטצמות ונשארות יחידות של תאוצה. ויש עוד בדיקות שרצוי לעשות (זווית 90 או אפס, וכדומה).

בסעיף הבא, שני הגופים נעים באותה תאוצה לכיוונים שונים. גוף שנע בתאוצה קבועה, ומתחיל ממנוחה, נע ב $x = \frac{at^2}{2}$.

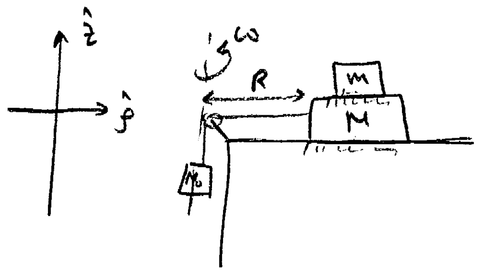
לכן:

$$x_1 = \frac{at^2}{2}$$
$$x_2 = -\frac{at^2}{2}$$
$$x_1 - x_2 = L$$
$$at^2 = L$$
$$t = \sqrt{\frac{L}{a}}$$

תרגיל רשות-2

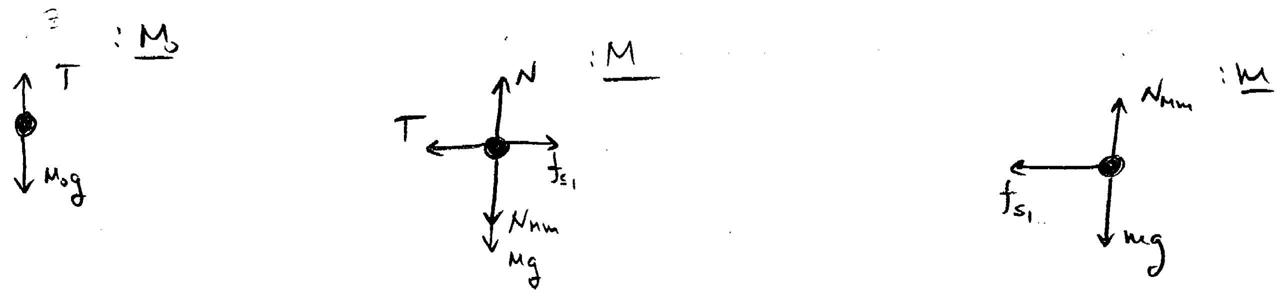
נרצה למצוא את המהירות ω. את ω נמצא בעזרת התאוצה הרדיאלית.

2 הגופים עושים תנועה מעגלית ולכן מאיצים למרכז המעגל.



נבחר מערכת צירים במערכת המעבדה (כלומר מערכת אינרציאלית). מערכת הצירים שנעבוד איתה תהיה מערכת גלילית.

ננתח את שלושת הגופים



$\hat{z}$: $T-M_0g=0$

$\hat{\rho}$: $f_{s_1}-T+\vec{f}_{s_2}=-M\omega^2R$

$\hat{z}$: $N-N_{Mm}-Mg=0$

$\hat{\rho}$: $-f_{s_1}=-m\omega^2R$

$\hat{z}$: $N_{Mm}-mg=0$

שימו לב כי כוח החיכוך f_{s_2} יכול להיות לאחד משני הכיוונים, זאת מפני שאם ω גדולה אז המסה M תנסה לברוח החוצה ואילו אם ω קטנה אז המסה M תנסה ללכת פנימה. אם המסה מנסה לברוח החוצה החיכוך יהיה לכיוון $-\hat{\rho}$ ואם תנסה ללכת פנימה אז החיכוך יהיה לכיוון $\hat{\rho}$ כלומר

$$-\mu_sN\le|f_s|\le\mu_sN$$

ניתן גם לנתח את שני המקרים בנפרד, פעם עבור ω גדולה ופעם עבור ω קטנה. אם רוצים לדעת איפה הכיוון מתחלף ניתן למצוא את הנק' הקריטית בה אין חיכוך סטטי עם הרצפה כלל.

אנחנו נניח כי ω גדולה כך ש- f_{s_1} יהיה בכיוון המגיחת.

$T = M_0 g$

$$f_{s_1} - T - f_{s_2} = M\omega^2 R \qquad f_{s_1} = m\omega^2 R$$

$$N = (m+M)g \qquad N_{mM} = mg$$

$$f_{s_2} = (m+M)\omega^2 R - M_0 g \leq \mu_2 \cdot (m+M) g$$

$$\omega^2 \leq \frac{\mu_2 (m+M) g + M_0 g}{(m+M)R}$$

כאשר ω קטנה אז f_s בכיוון ההפוך

$T = M_0 g$

$$f_{s_1} - T + f_{s_2} = -M\omega^2 R \qquad f_{s_1} = m\omega^2 R$$

$$N = (m+M)g \qquad N_{Mm} = mg$$

$$-f_{s_2} = (m+M)\omega^2 R + M_0 g \leq \mu_2 (m+M) g$$

$$(m+M)\omega^2 R + M_0 g \geq \mu_2 (m+M) g$$

$$\omega^2 \geq \frac{\mu_2 (m+M) g - M_0 g}{(m+M)R}$$

אז התחום
$$\frac{\mu_2 (m+M) g - M_0 g}{(m+M)R} \leq \omega^2 \leq \frac{\mu_2 (m+M) g + M_0 g}{(m+M)R}$$

אבל האם זה נכון? לא! מפני שיש גם תנאי על המסה m

$$f_{s_1} \leq \mu_1 \cdot N_{Mm}$$

$$m\omega^2 R \leq \mu_1 m g \Rightarrow \omega^2 \leq \frac{\mu_1 g}{R}$$

כלומר התחום המוגדר הוא החיתוך בין 2 התחומים.

כוח תלוי זמן

התרגילים של כוח תלוי זמן הם בעצם תרגילי תאוצה תלוית זמן במסווה. תרגילי תאוצה תלוית זמן למדנו בתרגול הראשון.

תאוצת הגוף היא:

$$a = \frac{F}{m} = \frac{F_0}{m}\sin^2(\omega t) = \frac{F_0}{2m}(1-\cos(2\omega t))$$

נתחיל מלמצוא את מהירות הגוף:

$$v = \int a dt = \int \frac{F_0}{2m}\left(1-\cos(2\omega t)\right)dt = \frac{F_0}{2m}\left(t - \frac{1}{2\omega}\sin(2\omega t)\right) + C_1$$

על מנת למצוא את הקבוע, נציב תנאי שפה, כלומר מהירות בזמן $t=0$ שווה ל0. מזה נקבל:

$$C_1 = 0$$

$$v = \frac{F_0}{2m}\left(t - \frac{1}{2\omega}\sin(2\omega t)\right)$$

עכשיו נמצא את המיקום:

$$x = \int v dt = \int \frac{F_0}{2m}\left(t - \frac{1}{2\omega}\sin(2\omega t)\right)dt = \frac{F_0}{2m}\left(\frac{t^2}{2} + \frac{1}{4\omega^2}\cos(2\omega t)\right) + C_2$$

ועכשיו יש לשים לב, שבשאלה זו, על אף שהמיקום ההתחלתי הוא 0, הקבוע שקיבלנו באינטגרל אינו אפס.

$$x(t=0) = 0 = \frac{F_0}{2m}\frac{1}{4\omega^2}\cos(0) + C_2 = 0$$

$$C_2 = -\frac{F_0}{2m}\frac{1}{4\omega^2}$$

ונציב חזרה לקבלת המשוואה הסופית:

$$x(t) = \frac{F_0}{4m}\left(t^2 + \frac{1}{2\omega^2}\cos(2\omega t) - \frac{1}{2\omega^2}\right)$$