קינמטיקה

השלב הראשון הוא להגדיר מערכת צירים. בפתרון זה נבחר את הראשית בנקודת הזריקה, את כיוון y כלפי מעלה, ואת כיוון x ימינה.
את המהירות ההתחלתית נמיר לוקטור בצורה הבאה:

$$\vec{v}_0 = 25.3\frac{m}{s}\cdot\begin{pmatrix}\cos(42^\circ)\\ \sin(42^\circ)\end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix}18.8\frac{m}{s}\\ 16.9\frac{m}{s}\end{pmatrix}$$

תאוצת הנפילה החופשית במערכת הצירים שלנו היא:

$$\vec{a} = \begin{pmatrix}0\\ -g\end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix}0\\ -9.8\frac{m}{s^2}\end{pmatrix}$$

ולכן, נוסחאות המהירות והמיקום כפונקציה של הזמן הן:

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t \approx \begin{pmatrix}18.8\frac{m}{s}\\ 16.9\frac{m}{s} - 9.8\frac{m}{s^2}t\end{pmatrix}$$

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \vec{a}\frac{t^2}{2} \approx \begin{pmatrix}18.8\frac{m}{s}t\\ 16.9\frac{m}{s}t - 4.9\frac{m}{s^2}t^2\end{pmatrix}$$

1. כמה זמן נמצא הכדור באוויר בטרם הוא פוגע בקיר?
   נבדוק לפי נוסחת המיקום מתי הכדור נמצא במרחק האופקי המתאים לקיר.
   $$x = 18.8\frac{m}{s}t = 21.8m \Rightarrow t = \frac{21.8m}{18.8\frac{m}{s}} \approx 1.16s$$
2. כמה גבוה מעל נקודת הזריקה יפגע הכדור בקיר?
   נציב את זמן הפגיעה שמצאנו בסעיף הקודם ברכיב האנכי של נוסחת המיקום.
   $$y(t=1.16s) = 16.9\frac{m}{s}\cdot 1.16s - 4.9\frac{m}{s^2}(1.16s)^2 \approx 13.0m$$
3. מהו וקטור מהירות הכדור ברגע הפגיעה בקיר?
   נציב את זמן הפגיעה בנוסחא הכללית שמצאנו למהירות.
   $$\vec{v}(t=1.16s) = \begin{pmatrix}18.8\frac{m}{s}\\ 16.9\frac{m}{s} - 9.8\frac{m}{s^2}(1.16s)\end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix}18.8\frac{m}{s}\\ 5.5\frac{m}{s}\end{pmatrix}$$
4. האם הכדור עבר את נקודת שיא הגובה ברגע הפגיעה?
   מכיוון שרכיב המהירות בציר y שקיבלנו בסעיף הקודם חיובי, הכדור עודנו בתנועתו מעלה, ולא עבר את שיא הגובה.

ע)

3)

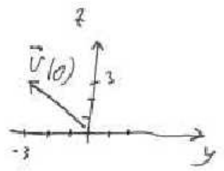
$$\vec{r} = t^2\,\hat{x} - 3t\,\hat{y} + (2+3t-4.9t^2)\,\hat{z}$$

א. הכי קל לגזור:

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = 2t\,\hat{x} - 3\,\hat{y} + (3-9.8t)\,\hat{z}$$

$$\vec{v}(0) = 0\hat{x} - 3\hat{y} + 3\hat{z}$$

המהירות ב- $t=0$



אפשר גם לראות ש- $x = t^2$.
כלומר התנועה בכיוון x היא בתאוצה קבועה (כלומר
$x = x_0 + v_{0x}t + \frac{1}{2}a_x t^2$), ולכן:

$$\begin{cases} x_0 = 0 \\ v_{0x} = 0 \\ a_x = 2\,m/s^2 \end{cases}$$

ובאותו אופן ניתן לקבל את y_0, v_{0y}, a_y וכנ"ל ל- z.
אבל זה די מסורבל...

ב. הכי קל לגזור את $\vec{v}$:

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = 2\hat{x} + 0\hat{y} + (-9.8)\hat{z}$$

ג. ב- $t=0$: $|\vec{v}| = \sqrt{0^2+(-3)^2+3^2} = \sqrt{18}\ m/s$

$|\vec{a}| = \sqrt{2^2+0^2+(-9.8)^2} \approx 10\ m/s^2$ (התאוצה קבועה
ולא צריך
זמן).

תרגיל:

חלקיק נע לאורך ציר z פונקציית המיקום שלו נתונה ע"י: $z_{(t)} = 16te^{-t}\ [m]$

א) מהו מרחקו של החלקיק מהראשית כאשר הוא נעצר?

ב) באיזה זמן זה קורה?

פתרון:

החלקיק נעצר כאשר $V_{(t)}=0$

$$V_{(t)} = \frac{dz_{(t)}}{dt} = \frac{d}{dt}\left[16te^{-t}\right] = 16e^{-t} + 16t\left(-e^{-t}\right) =$$

$$= 16e^{-t}\left[1-t\right] \Longrightarrow$$ נשווה ל-0

* קיבלנו 2 פתרונות

$$V_{(t)}=0 \begin{cases} t \to \infty \\ t = 1 \end{cases}$$

עבור $t \to \infty$:

$$z_{(t)} = \lim_{t\to\infty} \frac{16t}{e^{t}} = 0$$

עבור $t=1$:

$$z_{(t)} = \frac{16\cdot 1}{e^{1}} = \frac{16}{2.7} \simeq 5.9_{(m)}$$