

III תרגיל

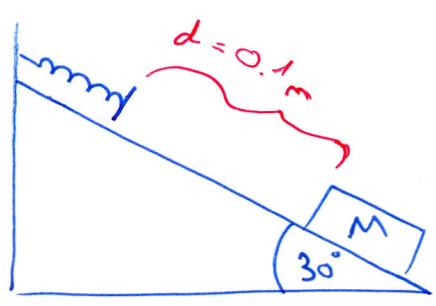
מהירות ראשונית  $V_0 = 2 \frac{m}{sec}$  של גוף מסתו  $M = 2kg$  , נופל

מגובה  $0.1m$  של קפיץ בעל קבוע  $k = 50 \frac{N}{m}$  ו

הוא נע על משטח המכוונת  $30^\circ$  וקבוע התנגדות  $\mu_k = 0.1$  ?

המהירות של הגוף ברגע זה ?

מה המרחק  $x$  שבו הגוף יעצור ?



פתרון

נשתמש בשימור אנרגיה

אנרגיה קינמית ראשונית = אנרגיה קינמית סופית + עבודה כנגד כוח הכובד + עבודה כנגד כוח הקפיץ

$$E_f = E_i \Rightarrow mg \sin \theta (d+x) + \frac{1}{2} kx^2 = \frac{1}{2} m V_0^2 \quad (1)$$

$$x^2 + \frac{m}{k} g \sin \theta \cdot x + \frac{m}{k} g \sin \theta \cdot d - \frac{1}{2} \frac{m}{k} V_0^2 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-\frac{m}{k} g \sin \theta \pm \sqrt{\left(\frac{m}{k} g \sin \theta\right)^2 + 2 \frac{m}{k} V_0^2}}{2} \Rightarrow x = \frac{-\frac{2 \cdot 10 \cdot \frac{1}{2}}{50} \pm \sqrt{\left(\frac{2 \cdot 10 \cdot \frac{1}{2}}{50}\right)^2 + 2 \cdot \frac{2 \cdot 4}{50}}}{2}$$

יש פתרון אחד

$x = 0.4m$

המרחק  $x$  שבו הגוף יעצור הוא  $0.4m$

$$E_f = E_i + W_f$$

$$W_f = \int_0^{d+x} -N \cdot \mu_k \cdot dx$$

$$N = mg \cos \theta$$

$$W_f = -mg \cos \theta \cdot \mu_k \cdot (d+x)$$

$$mg \sin \theta \cdot (d + \tilde{x}) + \frac{1}{2} k \tilde{x}^2 = \frac{1}{2} m v_0^2 - mg \cos \theta \cdot \mu_k \cdot (d + \tilde{x})$$

0.112 m 2 202

$$\tilde{x}^2 + \tilde{x} \cdot \frac{2}{k} (mg \sin \theta + mg \cos \theta \cdot \mu_k) + \frac{2mgd}{k} (\sin \theta + \cos \theta \cdot \mu_k) - \frac{m v_0^2}{k} = 0$$

∴ (a)  $\tilde{x} = 0.18 \text{ m}$   $\tilde{x} = 0.41 \text{ m}$   $\tilde{x} = 0.23 \text{ m}$   $\tilde{x} = 0.18 \text{ m}$

$$\tilde{x}_{1,2} = -0.23 \text{ m} \rightarrow \tilde{x} = 0.18 \text{ m}$$

↑  
0.23 m  
0.18 m

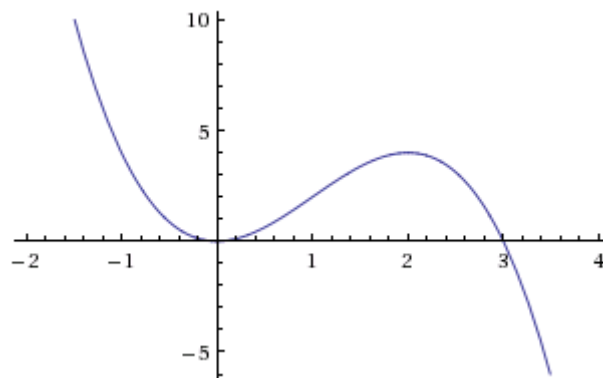
## השאלה:

חלקיק במסה  $m$  נע תחת השפעת פוטנציאל מהצורה  $U(x) = 3x^2 - x^3$  [J]

- (א) שרטטו גרף של הפוטנציאל כפונקציה של  $x$
- (ב) מצאו את הכח הפועל על החלקיק, שרטטו גרף של הכח כפונקציה של  $x$
- (ג) מצאו את נקודות שיווי המשקל, האם הם יציבות?
- (ד) תארו את תנועת החלקיק במקרים הבאים:
  - 1) האנרגיה הכוללת היא 2 J והחלקיק נמצא בראשית.
  - 2) האנרגיה הכוללת היא 5 J והחלקיק נמצא בראשית.
  - 3) האנרגיה הכוללת היא 1 J והחלקיק נמצא במרחק 3 מטר מהראשית.

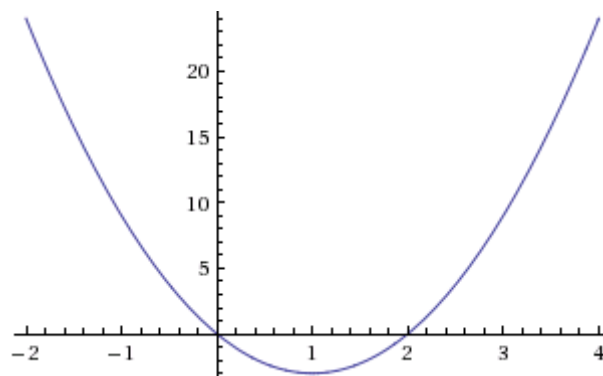
## הפתרון:

(א) מתוך וולפראם אלפא <http://www.wolframalpha.com/input/?i=Plot%5B3+x%5E2+-+x%5E3%2C+%7Bx%2C+-2%2C+4%7D%5D>



(ב) הכוח הוא מינוס נגזרת הפוטנציאל:  $F(x) = -\frac{dU(x)}{dx} = -6x + 3x^2$  [N]

מתוך וולפראם אלפא: <http://www.wolframalpha.com/input/?i=Plot%5B-+x%5E3%5D%2C+%7Bx%2C+-2%2C+4%7D%5D>



ג) נקודות ש"מ הן המקומות בהם הנגזרת (הכח) שווה ל-0:  $x_1 = 0$ ;  $x_2 = 2$ .  
 ממראה פונקציית ניתן להבחין הנקודה X1 היא נקודת ש"מ יציב והנקודה X2 היא נקודת ש"מ לא יציב.  
 נאפיין את הנקודות גם באמצעות הנגזרת השנייה של הפוטנציאל

$$\frac{d^2U(x)}{dx^2} = -6 + 6x \rightarrow \left. \frac{d^2U(x)}{dx^2} \right|_{x_1} = -6 \quad \left. \frac{d^2U(x)}{dx^2} \right|_{x_2} = 6$$

נמצא שאופי נקודות הקיצון זהה לזה שנמצא מתוך בחינת הפוטנציאל.

ד) האנרגיה הכוללת של החלקיק קבועה, כאשר החלקיק נע לאורך ציר ה-X אנרגיה קינטית מומרת לפוטנציאלית ולהפך. בכל מקום שבו האנרגיה המכנית שווה לאנרגיה הפוטנציאלית תימצא נקודת מפנה, המצב של חלקיק הנע בין נקודות מפנה מכונה "מצב קשור". אם באחד הכיוונים אין לחלקיק נקודת מפנה תנועתו תהיה חופשית בכיוון זה, המצב של חלקיק הנע בצורה זו מכונה "מצב לא קשור".

1) כאשר האנרגיה הכוללת היא  $E_{mec} = 2[J]$  והחלקיק ממוקם בראשית הוא חסום בין שתי נקודות ולכן תנועתו היא של "מצב קשור".

12) כאשר האנרגיה הכוללת היא  $E_{mec} = 5[J]$  והחלקיק ממוקם בראשית הוא לא חסום על ידי המחסום שמימין (גובהו רק  $U(x) = 4[J]$ ) ולכן תנועתו היא של "מצב לא קשור".

3) כאשר האנרגיה הכוללת היא  $E_{mec} = 5[J]$  והחלקיק ממוקם ב  $x = 3[m]$  הוא לא חסום ולכן תנועתו היא של "מצב לא קשור".