# גוף מחליק

נפתור את השאלה ע"י חישוב העבודה שנעשתה על הגוף, והשוואת עבודה זו להפרש האנרגיה הקינטית.
על הגוף פועלים שלושה כוחות: הכובד (mg), הנורמל (N), והחיכוך (f).
הנורמל תמיד ניצב לתנועה, ולכן לא מבצע עבודה.

1. בקטע המעגלי (A-B) כיוון כוח הכובד הוא כלפי מטה, והחלק הרלוונטי מכוח זה (המקביל לכיוון התנועה) הוא: $mg\cos\theta$
כיוון כוח החיכוך הוא תמיד נגד כיוון התנועה, וגודלו משתנה על פי הנוסחא שניתנה לנו בשאלה.
המסלול שלנו הוא לאורך קשת המעגל, ולכן : $ds = Rd\theta$
לסיכום, סך העבודה שנעשתה על הגוף בקטע המעגלי היא:

$$W = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (mg\cos\theta - \frac{b}{\pi^4}\theta^3)Rd\theta = \left(mg\sin\theta - \frac{b}{\pi^4}\frac{\theta^4}{4}\right)R\Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = mgR - \frac{b}{\pi^4}\frac{\pi^4}{64} = mgR - \frac{b}{64}R$$

נשאלנו מה יהיה המקדם b כך שמהירות בנקודה B תהיה זהה למהירות בנקודה A, כלומר שסך העבודה שנעשתה על הגוף היא אפס. התשובה היא כש $b = 64mg$

2. בסעיף זה שואלים, עם המקדם b שמצאנו, מה יהיה המרחק B-C. למעשה, אם המקדם b הוא שמצאנו, אנחנו יודעים שלא התבצעה על הגוף עבודה בקטע המעגלי, ולכן מהירותו בנקודה B שווה למהירותו ההתחלתית v0 מהנקודה A!
אז השאלה היא מה המרחק שיעבור גוף עם מהירות התחלתית v0, כאשר פועל עליו חיכוך עם המקדם $\mu$
מכיוון שהגוף מונח על השולחן, ולא מאיץ בכיוון האנכי, הנורמל שווה לכוח הכובד (N=mg). ולכן החיכוך הקינטי הוא:
$f_k = \mu N = \mu mg$
ורק החיכוך הקינטי עושה עבודה (הכובד והנורמל אנכים לתנועה). נחשב את העבודה לאורך קטע באורך L.

$$W = \int_0^L -\mu mg dx = -\mu mgL$$

עכשיו נוסיף את התנאי שהמהירות הסופית היא 0, ובעזרת משפט העבודה-אנרגיה :

$$m\frac{0^2}{2} - m\frac{v_0^2}{2} = W = -\mu mgL$$

$$L = \frac{v_0^2}{2\mu g}$$

וזו התשובה לשאלה. כדאי לבדוק שהיחידות מסתדרות.

# קפיץ וחיכוך

בתנועה מ$A$ ל $C$ פועלים כוחות הכובד, הנורמל, והחיכוך. הכובד משמר, הנורמל תמיד ניצב לתנועה ולכן אינו עושה עבודה, ואת עבודת החיכוך אנו יכולים לחשב. כוח החיכוך בקטע המדובר הוא:

$$f = \mu_k N$$

$$N - mg = 0$$

$$f = \mu_k mg$$

$$W = \int f dr = -\mu_k mgd$$

נסמן את גובה 0 במישור , ונשתמש במשפט עבודה אנרגיה:

$$\begin{aligned} K_i + U_i + W &= K_f + U_f \\ mgR - \mu_k mgd &= \frac{mv^2}{2} \\ v^2 &= 2g(R - \mu_k d) \end{aligned}$$

שימו לב שהמהירות בריבוע חייבת להיות חיובית, וזה נותן לנו תנאי לגבי האם בכלל הגוף יגיע לקפיץ.
הקפיץ מתכווץ ב$S$, והשוואת האנרגיה מרגע הפגיעה בקפיץ ועד סיום ההתכווצות נותנת:

$$\begin{aligned} \frac{mv^2}{2} &= \frac{kS^2}{2} \\ 2mg(R - \mu_k d) &= kS^2 \\ k &= \frac{2mg(R - \mu_k d)}{S^2} \end{aligned}$$

מכיוון שהחיכוך בהלוך ובחזור יעשה את אותה עבודה, ניתן פשוט לרשום את משפט העבודה-אנרגיה מתחילת התנועה ועד סופה:

$$\begin{aligned} mgR + W &= mgh \\ mgR - 2 \cdot \mu_k mgd &= mgh \\ h &= R - 2\mu_k d \end{aligned}$$

יש לשים לב ש$h > 0$. אם מקבלים גובה קטן מאפס, זה אומר שהגוף בכלל לא יסיים את התנועה, והחיכוך יעצור אותו בדרך.