אוסילטור הרמוני

- תנודות סביב נק' ש'מ' משקל

$$\ddot{x} = -\omega^2 x$$

משוואה דינמית — תנועה מסוג

$$m\ddot{x} = -kx + F \qquad F = const$$

נמצא נק' ש'מ' משקל

$$\sum F = 0$$

$$-kx_{eq} + F = 0$$

$$x_{eq} = \frac{F}{k}$$

נגדיר משתנה עזר - סטייה מש"מ

$$\Delta x = x - x_{eq}$$

$$m\Delta\ddot{x} = -k\Delta x$$

$$\Delta\ddot{x} = -\frac{k}{m}\Delta x \qquad \omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

הפתרון הכללי הוא

$$x = x_{eq} + A\cos(\omega t + \varphi)$$

ω - תדירות — זוויתית

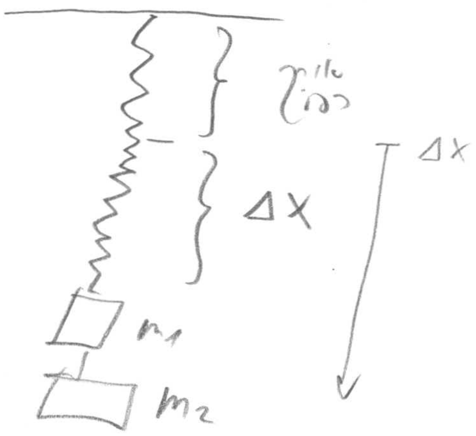
x_{eq} - נק' שיווי משקל

A - אמפליטודה - סטייה מקס' מש"מ

φ - פאזה

ω [illegible] תקבוע — ע A ו-φ תלויין בנקודת זמן

תכונת המערכת

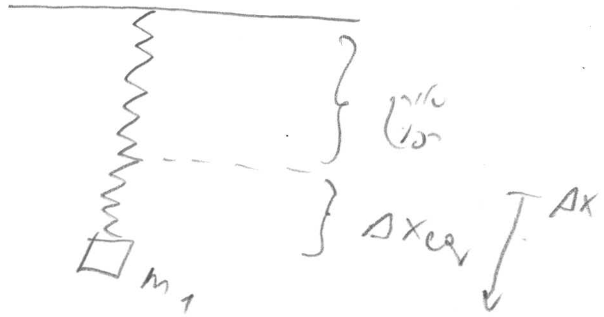


1. בש״ו משקל

$$\Sigma F = 0$$

$$\Sigma F_y = (m_1 + m_2)g - K\Delta X_0 = 0$$

$$\Delta X_0 = \frac{(m_1 + m_2)g}{K}$$



ד. נמצא נק׳ שיו׳ משקל

$$\Sigma F_y = m_1 g - K\Delta X_{eq} = 0$$

$$\Delta X_{eq} = \frac{m_1 g}{K}$$

האמפליטודה היא המרחק מנקודת- שיו״מ

$$A = \Delta X_0 - \Delta X_{eq} = \frac{m_2 g}{K}$$

משוואת- התנועה

$$m\Delta\ddot{X} = -K\Delta X$$

$$\Delta\ddot{X} = -\frac{K}{m}\Delta X \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{K}{m}}$$

נציב פתרון כ״ל

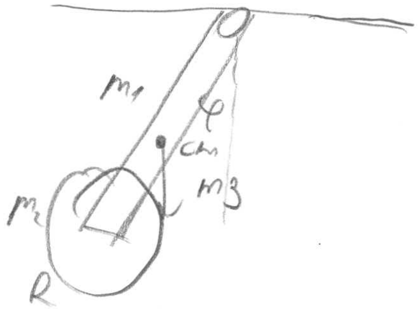
$$\Delta X(t) = \Delta X_{eq} + A\cos\left(\sqrt{\frac{K}{m}}\,t + \varphi\right)$$

התנועה מתחילה מאמפליטודה מקסימלית- לכן $\varphi = 0$

$$\left(\Delta X(t=0) = \Delta X_{eq} + A\cos\varphi = \Delta X_{eq} + A\right)$$

לכן

$$\Delta X(t) = \Delta X_{eq} + A\cos\left(\sqrt{\frac{K}{m}}\,t\right)$$



2. משוואת מומנטים

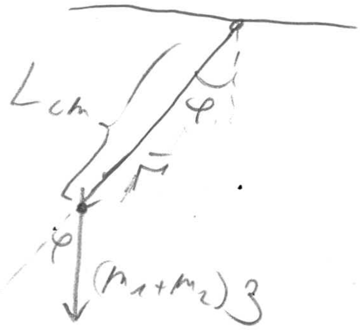
$$I\ddot{\varphi} = \sum \bar{\tau}$$

מומנט התמדה סביב ציר β ע״פ שטיינר)

$$I = \frac{m_1 L^2}{12} + m_1\left(\frac{L}{2}\right)^2 + \frac{m_2 R^2}{2} + m_2 L^2$$

בכדי לחשב מומנט צריך מרכז מסה R בשביל הכוחות.

$$L_{cm} = \frac{m_1 \frac{L}{2} + m_2 \cdot L}{m_1 + m_2} = L\left(\frac{\frac{m_1}{2} + m_2}{m_1 + m_2}\right) > L$$



$$\tau = \bar{r} \times \bar{F}$$

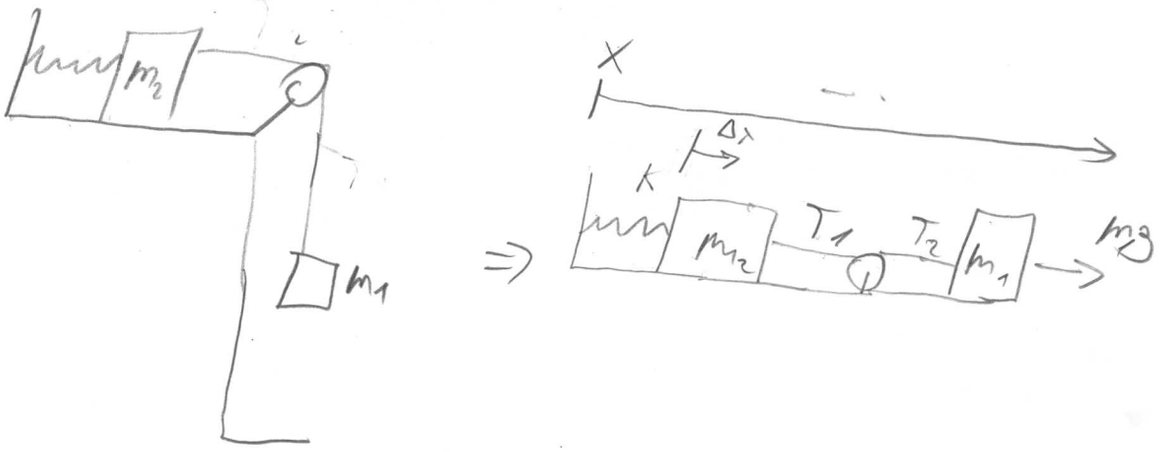
$$\tau_z = -L_{cm} \cdot (m_1+m_2) g \cdot \sin\varphi$$

קיבלנו

$$\left(\frac{m_1 L^2}{12} + m_1\left(\frac{L}{2}\right)^2 + \frac{m_2 R^2}{2} + m_2 L^2\right)\ddot{\varphi} = -L\left(\frac{\frac{m_1}{2} + m_2}{m_1 + m_2}\right) \cdot (m_1+m_2) g \cdot \sin\varphi$$

נקרב ל $\sin\varphi \approx \varphi$ ונקבל

$$\omega = \sqrt{\frac{\left(\frac{m_1}{2} + m_2\right)}{\left(\frac{m_1}{12} + \frac{m_1}{4} + \frac{m_2}{2} + m_2\right)} \cdot \frac{g}{L}}$$



$\Rightarrow$

$\sum F_x = 0$ ציר x

$T_1 = T_2 = T$

$m_1 g - k\Delta x = 0 \Rightarrow \Delta x_{eq} = \frac{m_1 g}{k}$

ימינה שלילי

$m_2 \ddot{x}_2 = T_1 - k x_2$

$\frac{mR^2}{2}\ddot{\varphi} = (T_1 - T_2)R$

$m_1 \ddot{x}_1 = m_3 - T_2$

$\ddot{\varphi} = -\frac{\ddot{x}_1}{R} = -\frac{\ddot{x}_2}{R} = -\frac{a}{R}$

$x_2 = x_1 = x$

$$\begin{cases} m_2 a = T_1 - kx \Rightarrow T_1 = m_2 a - kx \\ \frac{m}{2} a = T_2 - T_1 \\ m_1 a = m_3 - T_2 \Rightarrow T_2 = m_3 - m_1 a \end{cases}$$

$\frac{m}{2} a = m_3 - m_1 a - m_2 a + kx$

$a = \ddot{x} = \frac{kx}{(\frac{m}{2} + m_2 - m_1)} + m_3$

$\omega = \sqrt{\frac{k}{(\frac{m}{2} + m_2 - m_1)}}$

$A = x - \Delta x_{eq} = x - \frac{m_1 g}{k}$