ב"ה

פתרונות - מועד א' תשע"ג:

I) תאוצה קבועה $a=4 m/s$

מרחק על השיפוע: $\Delta r = 50 m$

מהירות התחלתית 0.

$$V_1^2 = \cancel{V_0^2}^{\,0} + 2a\cdot\Delta r$$

1) $V_1 = \sqrt{2a\cdot\Delta r} = \sqrt{400} = 20 m/s$ בקצה המצוק

2) נפילה חופשית מקצה המצוק:

$$\left.\begin{aligned} V_{1,x} &= V_1\cos 37^\circ = 16.0 m/s \\ V_{1,y} &= V_1 \sin 37^\circ = 12.0 m/s \end{aligned}\right\}$$ מהירות התחלתית

גובה המצוק $\Delta y = 30 m$

$y\downarrow \rightarrow x$

$$\Delta y = V_{1,y}t + \frac{1}{2}gt^2$$

$$\frac{9.8}{2}t^2 + 20\sin 37\cdot t - 30 = 0$$

$$t^2 + 2.46t - 6.12 = 0 \qquad t = \frac{-2.46 \pm\sqrt{30}}{2} = \begin{cases} -3.9 \\ \underline{\underline{1.54 s}} \end{cases}$$

בתחתית $V_{2,y} = V_{1,y} + gt = 27.1 m/s$

$$V_{2,x} = V_{1,x} = 16 m/s$$

$$|V_2| = \sqrt{V_x^2 + V_y^2} = 31.5 m/s$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{V_{2y}}{V_{2x}}\right) = 59.4^\circ$$

3) זמן בתנועה בקטע הראשון: $V_1 = at_1 = 20$, $t_1 = \frac{20}{4} = 5 s$, בקטע השני $t_2 = 1.54 s$

זמן כולל $t_{total} = 6.54 s$

4) מיקום אופקי ביחס לבסיס המצוק:

$$x = v_{1,x} \cdot t_2 = 16 \cdot 1.54 = 24.6\ m$$

שגיאות נפוצות:

* סימני $+/-$ עבור מהירות ותאוצה
(בתחילת הנפילה ~~ה~~מהירות והתאוצה האנכית באותו כיוון)

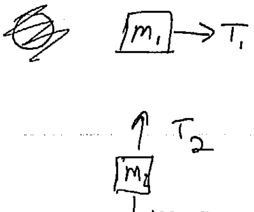
* שימוש באנרגיה - לא ידועים לנו הכוחות בקטע הראשון
ולכן לא ניתן לדעת האם מתקיים שימור אנרגיה.

* חוסר תשומת לב לשאלה (זמן באוויר במקום זמן כולל וכו').

II) שני דגשים חשובים:

* הגלגלת חסרת מסה וחיכוך ולכן $T_2 = 2T_1$
* בגלל צורת החיבור: $a_1 = 2a_2$

רוב הטעויות היו בחלק הזה!



5) משוואות כוחות לגוף m_1: $T_1 = m_1 a_1$

לגוף m_2: ——//—— $m_2 g - T_2 = m_2 a_2$

$$a_2 = g - \frac{T_2}{m_2} = g - \frac{2T_1}{m_2}$$

$$T_1 = m_1 a_1 = m_1 \cdot 2a_2 = 2m_1 g - \frac{4m_1}{m_2} T_1$$

$$T_1 (4m_1 + m_2) = 2m_1 g$$

$$T_1 = \frac{2m_1 m_2 g}{4m_1 + m_2} = \frac{m_1 m_2 g}{2m_1 + 0.5 m_2}$$

(6) $$T_2 = 2T_1 = \frac{2m_1 m_2 g}{2m_1 + 0.5 m_2} = \frac{m_1 m_2 g}{m_1 + 0.25 m_2}$$

(7) $$a_2 = \frac{a_1}{2} = \frac{T_1}{2m_1} = \frac{m_2 g}{4m_1 + m_2}$$

III)

$$U(x) = -x^3 + 2x^2 + 3x$$

(8)

$$F(x) = -\frac{dU(x)}{dx} = -\underbrace{\left[-3x^2 + 4x + 3\right]}_{\text{בכוונה שומרים את } \frac{dU}{dx}}$$

$$F(x) = 0 \Rightarrow \quad 3x^2 - 4x - 3 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{4 \pm \sqrt{52}}{6} = \begin{cases} 1.87 \\ -0.535 \end{cases}$$

(9) נקודות שיווי-משקל יציב הן נק' מינימום של $U(x)$,
כלומר הנקודות שבהן $\frac{d^2U}{dx^2} > 0$

$$\frac{d^2U}{dx^2} = \frac{d}{dx}\left[\frac{dU}{dx}\right] = -6x + 4 \;\to\; \begin{cases} > 0 & \text{עבור } x=-0.535 \\ < 0 & \text{עבור } x=1.87 \end{cases}$$

שיווי משקל יציב בנקודה $\underline{x = -0.535}$.

(10)

$$\underset{\text{מכנית כוללת}}{E(x=1)} = \underset{\text{פוטנציאלית}}{U(x=1)} + \underset{\text{קינטית}}{K(x=1)} = 5.5\,j$$

$$K = 5.5 - U(x=1) = 5.5 - [-1 + 2 + 3] = 1.5\,j$$

IV (11)

$$J = \int_0^{3\cdot10^{-3}} F\,dt = \left[\frac{1}{2}6\cdot10^6\cdot t^2 - \frac{1}{3}\cdot2\cdot10^9\cdot t^3\right]_0^{3\cdot10^{-3}} = 27 - 18 = 9\,Ns$$

(12) כוח ממוצע:

$$\bar{F} = \frac{J}{\Delta t} = \frac{9}{3\cdot10^{-3}} = 3\cdot10^3\,N$$

(13) חישוב מקסימום:

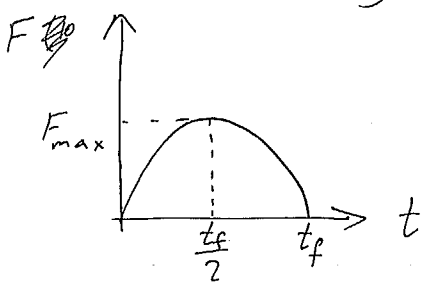
$$\left.\frac{dF}{dt}\right|_{t_{max}} = 0 \Rightarrow \quad 6\cdot10^6 - 4\cdot10^9 t = 0$$

$$t_{max} = 1.5\cdot10^{-3}\,s$$

$$F_{max} = F(t_{max}) = \left(6\cdot10^6\cdot1.5\cdot10^{-3} - 2\cdot10^9\cdot(1.5)^2\cdot10^{-6}\right) = 4.5\cdot10^3\,N$$

המשך סעיף 13:

גם פתרון באמצעות גרף הפונקציה = פרבולה הפוכה



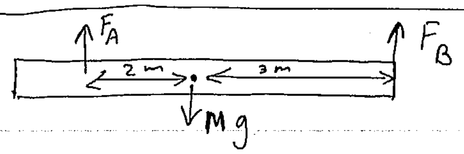
וחישוב המקסימום לפי מחצית זמן התנועה הוא פתרון נכון.

14) מהירות הכדור בסופית: $J = \Delta p = m\,(V_f - V_i)$

$$V_i = 0$$

$$V_f = \frac{J}{m} = \frac{9}{0.45} = 20 \ m/s$$

(V)



(15) המוט אופקי כל הזמן ומהירותו קבועה = מצב של שיווי משקל!

$$\sum F = F_A + F_B - Mg = 0 \Rightarrow F_A + F_B = Mg$$

(* בחרתי ביחס למרכז מותר לבחור אחרת!) $$\sum \tau = 3 \cdot F_B - 2 \cdot F_A = 0$$

$$F_A = \frac{3}{2} F_B \ , \quad F_B + \frac{3}{2} F_B = \frac{5}{2} F_B = Mg$$

שימו לב שככל שמחזיקים רחוק יותר, מפעילים כוח קטן יותר!!!

$$F_B = \frac{2}{5} Mg = 118 \ N$$

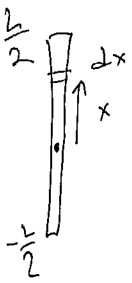
$$F_A = \frac{3}{5} Mg = 172 N$$

(16) הכוח A פועל בכיוון התנועה ועבודתו חיובית! $\rightarrow W_A = \int F_A \, dx = F_A \cdot 1_m = 172 \ j$

(17) כוח הכובד פועל נגד כיוון התנועה! $\rightarrow W_{Mg} = -(Mg) \cdot 1_m = -294 \ j$

(VI)

(18) מומנט התמד של מוט סביב מרכזו:



$$dm = \lambda \cdot dx = \frac{M}{L}\,dx$$

$$I = \int x^2\,dm = \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \frac{M}{L}x^2\,dx = \frac{M}{L}\cdot\frac{x^3}{3}\Big|_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} =$$

$$= \frac{M}{L}\cdot\left[\frac{L^3}{24}+\frac{L^3}{24}\right] = \frac{ML^2}{12}$$

שימו לב שידיעת התשובה הנכונה שאמורה
לעזור לכם לפתור נכון את האינטגרל אך
לא פוטרת מהצורך לחשב נכון!

19) גדלים נשמרים במערכת: אנרגיה - כי נתון שההתנגשות אלסטית
תנע קווי - כי אין כוחות חיצוניים
תנע זוויתי - כי אין מומנטים חיצוניים

20) נדרש שהחלקיק יעצר לאחר ההתנגשות:

שימור תנע קווי: $(1)\quad mv = MV_{c.m}$

שימור תנע זוויתי: $(2)\quad mvd = I_{c.m.}\omega = \frac{ML^2}{12}\cdot\omega$

שימור אנרגיה: $(3)\quad \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}MV_{c.m}^2 + \frac{1}{2}I\omega^2$

נחלץ ממשוואה (1): $V_{cm} = \frac{m}{M}v$

— // — (2): $\omega = \frac{md\cdot v}{I}$

ונציב ב- (3): $\cancel{\frac{1}{2}}m\cancel{v^2} = \cancel{\frac{1}{2}}M\left(\frac{m}{M}\right)\cancel{v^2} + \cancel{\frac{1}{2}}I\left(\frac{md}{I}\right)^2\cancel{v^2}$

$$m = \frac{m^2}{M} + \frac{m^2d^2}{I} = m^2\left(\frac{1}{M}+\frac{12d^2}{ML^2}\right)$$

$$m = \frac{ML^2}{L^2+12d^2}$$

<u>טעות נפוצה:</u> בשאלה זו אסור להשתמש ב- $V_{cm}=R\omega$ כי אין גלגול