

## אנשים במעלית

הכוחות אשר פועלים על המעלית הם כוח המתוחות של הכבל, כוח הכובד, והנורמל שפועל עליה מהאנשים במעלית. נרשום את החוק השני של ניוטון בציר  $y$ :

$$T - Mg - N = Ma$$

נרשום את החוק השני גם עבור האנשים, בהנחה שהם נעים באותה תאוצה כמו המעלית. נסמן את מסת כל אדם ב- $m$ , ואת מספר האנשים ב- $n$ :

$$N - nmg = nma$$

נחבר את המשוואות לקבל:

$$T - Mg - nmg = Ma + nma$$

$$T = (M + nm)(g + a)$$

אבל אמרו לנו מה המתוחות המקסימלית:

$$(M + nm)(g + a) \leq T_{max}$$

$$n \leq \frac{T_{max}}{m(g + a)} - \frac{M}{m}$$

אנחנו רוצים שהכבל אף פעם לא יקרע, ולכן נקח את ה- $n$  המינימלי, שזה קורה כשהתאוצה חיובית (כלפי מעלה). אני מקווה שההגיון הפיסיקלי פה ברור. בכל אופן, נציב את המספרים:

$$n \leq \frac{5000N}{80kg \times 12 \frac{m}{s^2}} - \frac{150kg}{80kg} = \frac{10}{3}$$

$$n \leq 3$$

## שלושה גופים מחוככים

שואלים לגבי מערכת במנוחה, כלומר תאוצה 0. כדי לחשב תאוצות משתמשים בחוק השני של ניוטון. נתחיל מגוף B, בציר האנכי. בגלל שאין זוויות שאינן 90 בשאלה, נבחר את המערכת הסטנדרטית להכל: x ימינה, וy למעלה. על גוף B בציר y:

$$T - M_B g = M_B a_B$$

על גוף C:

$$\vec{N}_{AC} + M_C \vec{g} = M_C \vec{a}_C$$

$$\begin{pmatrix} 0 \\ N_{AC} \end{pmatrix} - M_C \begin{pmatrix} 0 \\ g \end{pmatrix} = M_C \vec{a}_C$$

על גוף A:

$$\begin{pmatrix} 0 \\ N_A \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ N_{CA} \end{pmatrix} - M_A \begin{pmatrix} 0 \\ g \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} f_s \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} T \\ 0 \end{pmatrix} = M_A \vec{a}_A$$

בסעיף א רוצים מערכת במנוחה, כלומר כל התאוצות הן 0:

$$T - M_B g = 0$$

$$N_{AC} - M_C g = 0$$

$$f_s - T = 0$$

$$N_A - N_{CA} - M_A g = 0$$

$$f_s \leq \mu_s |N_A|$$

אלגברה:

$$f_s = M_B g$$

$$f_s \leq \mu_s (N_{CA} + M_A g) = \mu_s (M_C + M_A) g$$

$$M_B \leq \mu_s (M_C + M_A)$$

$$M_C \geq \frac{M_B}{\mu_s} - M_A$$

בסעיף ב', מרימים את משקולת C. מבחינתנו זה שקול לאיפוס המסה שלו. (אין גוף או יש גוף עם מסה אפס זה הרי אותו דבר). נבדוק האם המערכת זזה לפי התנאי שמצאנו על  $M_B$

$$M_B \leq \mu_s M_C$$

$$2kg > 0.2 \times 4kg$$

כלומר התנאי אינו מתקיים, ועל כן יש תנועה. אם יש תנועה החיכוך הוא קינטי. נותרו המשוואות על A וB, וכמובן שהנורמל בין A לC איננו.

$$T - M_B g = M_B a_B$$

$$T - f_k = M_A a_A$$

$$N_A - M_A g = 0$$

$$f_k = \mu_k |N|$$

התאוצות של הגופים קשורות כמובן. אם גוף A נע ימינה, (חיובי), אז B נע מטה (שלילי) בדיוק באותה מידה. לכן  $a_A = -a_B = a$  נקבל:

$$\mu_k M_A g - M_B g = -(M_B + M_A) a$$

$$M_B + M_A \neq 0$$

$$a = \frac{M_B - \mu_k M_A}{M_A + M_B} g$$

שימו לב שהתאוצה בהכרח יוצאת חיובית, מכיוון ש  $\mu_s \geq \mu_k$

## שלישית מה קשור

בעצם יש שני גופים בהם עלינו להתחשב, המסה כמובן, וגם נקודת המפגש בין החוטים. מכיוון שאלו חוטים אידאליים, המסה של נקודת המפגש אפסית, ולכן סכום הכוחות עליה תמיד מתאפס. המסה הגדולה גם לא מאיצה, ולכן סכום הכוחות עליה מתאפס (חוק שני של ניוטון).  
נבנה מערכת צירים כשציר  $x$  ימינה, ו $y$  למעלה.

$$T_3 - Mg = 0$$

$$\vec{T}_1 + \vec{T}_2 + \vec{T}_3 = 0$$

$$T_1 \begin{pmatrix} \cos 110 \\ \sin 110 \end{pmatrix} + T_2 \begin{pmatrix} \cos 45 \\ \sin 45 \end{pmatrix} + T_3 \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix} = 0$$

אלה שלוש משוואות בשלושה נעלמים. הכי פשוט זה למצוא את  $T_3$ :

$$T_3 = Mg$$

את  $T_2$  ניתן להציג בעזרת  $T_1$ :

$$T_2 = T_1 \frac{\cos 110}{\cos 45}$$

נציב את  $T_3$  ואת  $T_2$  במשוואה השלישית:

$$T_1 \sin 110 = -T_2 \sin 45 + T_3 = -T_1 \frac{\cos 110}{\cos 45} + Mg$$

$$T_1 \left( \sin 110 + \frac{\cos 110}{\cos 45} \right) = Mg$$

$$T_1 = \frac{Mg}{\sin 110 + \frac{\cos 110}{\cos 45}}$$

$$T_2 = \frac{Mg}{\sin 110 + \frac{\cos 110}{\cos 45}} \frac{\cos 110}{\cos 45} = \frac{Mg}{\cos 45 \tan 110 + 1}$$

## שני גופים עם חיכוך

יש שני גופים עם חיכוך ביניהם, אשר מחוברים בחבל דרך גלגלת. משוואות החוק השני של ניוטון נותנות (במערכת צירים משופעת, ימינה  $x$  ולמעלה  $y$ ):

$$\begin{pmatrix} T \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} f \\ 0 \end{pmatrix} - mg \begin{pmatrix} \sin \theta \\ \cos \theta \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ N_1 \end{pmatrix} = m\vec{a}_1$$

$$\begin{pmatrix} T \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} f \\ 0 \end{pmatrix} - Mg \begin{pmatrix} \sin \theta \\ \cos \theta \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ N_1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ N_2 \end{pmatrix} = M\vec{a}_2$$

שימו לב שבחרנו כאן שהחיכוך פועל שמאלה על הגוף הקטן. זה נובע מההנחה שמסתו קטנה יותר והוא מושך פחות. אם טעינו, הסימן של כוח החיכוך פשוט יהיה שלילי. כמו כן, החיכוך על הכוח הגדול מגיע מהגוף הקטן, בהשלמה עם חוקו השלישי של ניוטון.

אנחנו מאלצים את הגופים לנוע בכיוון השיפוע ( $x$ ) ובתאוצה מנוגדת (כי הם מחוברים לאותו חוט):

$$\vec{a}_1 = \begin{pmatrix} a \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\vec{a}_2 = - \begin{pmatrix} a \\ 0 \end{pmatrix}$$

נציב את זה לשתי המשוואות הוקטוריות ונקבל 5 משוואות ב-4 נעלמים:

$$\begin{aligned} T - f - mg \sin \theta &= ma \\ -mg \cos \theta + N_1 &= 0 \\ T + f - Mg \sin \theta &= -Ma \\ -Mg \cos \theta - N_1 + N_2 &= 0 \\ f &= \mu N_1 \end{aligned}$$

נחסר את השלישית מהראשונה:

$$\begin{aligned} -2f + (M - m)g \sin \theta &= (m + M)a \\ (m + M) &\neq 0 \\ a &= \frac{M - m}{M + m}g \sin \theta - 2\frac{\mu N_1}{M + m} = \frac{(M - m) \sin \theta - 2\mu m \cos \theta}{M + m}g \end{aligned}$$

כדאי לבדוק את הפתרון להגיון פיסיקלי. היחידות של המסה מצטמצמות ונשארות יחידות של תאוצה. ויש עוד בדיקות שרצוי לעשות (זווית 90 או אפס, וכדומה).

בסעיף הבא, שני הגופים נעים באותה תאוצה לכיוונים שונים. גוף שנע בתאוצה קבועה, ומתחיל ממנוחה, נע ב

$$x = \frac{at^2}{2}$$

לכן:

$$\begin{aligned} x_1 &= \frac{at^2}{2} \\ x_2 &= -\frac{at^2}{2} \\ x_1 - x_2 &= L \\ at^2 &= L \\ t &= \sqrt{\frac{L}{a}} \end{aligned}$$

## ניקוי חלונות

ישנם שני גופים רלוונטים, הלוח ור'. כל התנועה בציר אחד, ולכן אין צורך בכתיב וקטורי. נסמן קוארדינטה  $y$  כלפי מעלה. על האיש פועלים:

$$N_1 + T - m_1g = m_1a_1$$

על הלוח פועלים:

$$T - N_1 - m_2g = m_2a_2$$

התאוצה של שניהם חייבת להיות זהה כדי שהאיש לא יעוף מהלוח. נחבר כדי להפטר מהנורמל:

$$2T - (m_1 + m_2)g = (m_1 + m_2)a$$

שאלו מה צריך להיות הכוח שפועל על החבל כשהמהירות קבועה (תאוצה אפס), כלומר מה המתיחות:

$$T = \frac{m_1 + m_2}{2}g = 560N$$

הכוח שפועל על הלוח זה הנורמל, ואותו נקבל מחיסור של המשוואות:

$$2N_1 - m_1g + m_2g = 0$$

$$N_1 = \frac{(m_1 - m_2)g}{2} = 160N$$

שימו לב שאם אתם קלים יותר מהמשטח שעליו אתם עומדים, כדאי לכם או להפעיל כוח בכיוון אחר (לא רק מטה), או להאיץ ולא להשאר במהירות קבועה. כי הנורמל לא יכול להיות שלילי. הכוח על החבל בשביל תאוצה שלילית קבועה הוא:

$$T = \frac{m_1 + m_2}{2}(g + a) = 504N$$

שזה פחות כוח, גם כן תוצאה מתבקשת.

בחלק השני של השאלה, צריך להוסיף משוואת חוק שני עבור הגלגלת השנייה. נקרא לחוט החדש  $T_2$ . המשוואה על הגלגלת החדשה:

$$2T - T_2 = 0 \cdot a_{pulley} = 0$$

המשוואה על הקרש גם משתנה, מכיוון שהחוט המחובר אליה שונה:

$$T_2 - N_1 - m_2g = m_2a$$

המשוואה על ר' לא השתנתה:

$$N_1 + T - m_1g = m_1a$$

נציב את המשוואה על הגלגלת במשוואה על הקרש:

$$2T - N_1 - m_2g = m_2a$$

לקבלת הכוח על החוט נפטר מהנורמל על ידי חיבור:

$$3T = (m_1 + m_2)(g + a)$$

$$T = \frac{m_1 + m_2}{3}(g + a) = \frac{2}{3} \frac{m_1 + m_2}{2}(g + a)$$

כלומר הפתרונות לסעיפי המתיחות בחוט (תאוצה 0 ותאוצה -1) הם שני שליש מהפתרונות הקודמים. זה אומר שיותר קל להשאר בתאוצה קבועה במערכת החדשה שר' בנה. בשביל לקבל משוואה על הנורמל, עלינו לכפול את המשוואה הראשונה ב-2, ולחסר, כדי להפטר מהמתיחות.

$$3N_1 = 2m_1(g + a) - m_2(a + g)$$

$$N_1 = \left(\frac{2}{3}m_1 - \frac{1}{3}m_2\right)(a + g)$$