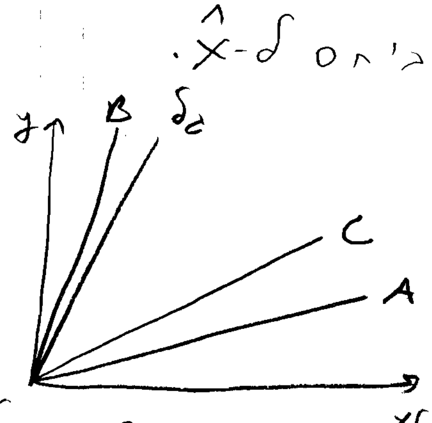
סעיף 1 גל מקוטב בזווית 80° ביחס ל-$\hat{x}$.

מקטב - A - 20° ביחס ל-$\hat{x}$

B - 85° ״

C - 30° ״



א) העוצמה תהיה מינימלית כאשר בכל מעבר דרך מקטב, הזווית בין המקטב לגל תהיה גדולה ככל האפשר.
המקטב שלנו הסדר הוא:

$C \leftarrow B \leftarrow A$

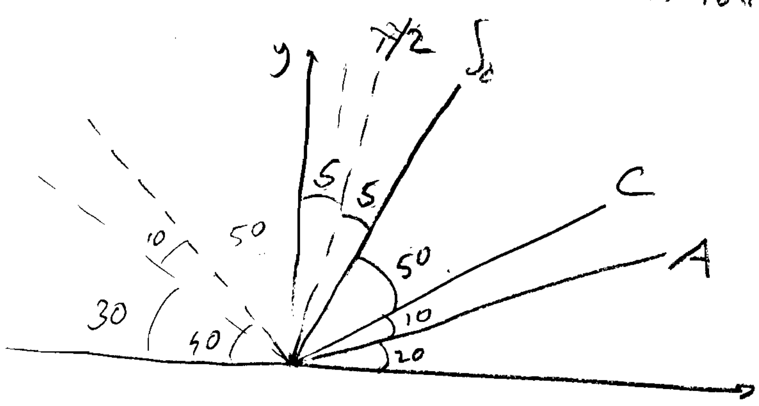
$$I = I_0 \cos^2 60^\circ \cos^2 65^\circ \cos^2 55^\circ = 0.0147\, I_0$$

ב) העוצמה תהיה מקסימלית כאשר בכל מעבר דרך מקטב, הזווית בין המקטב לגל תהיה קטנה ככל האפשר.
המקטב שלנו הסדר הוא:

$A \leftarrow C \leftarrow B$

$$I = I_0 \cos^2 5^\circ \cos^2 55^\circ \cos^2 10^\circ = 0.3166\, I_0$$

ג) פלטת חצי גל יוצרת הפרש פאזה של π בין רכיבי השדה הניצב לציר המהיר לרכיבי השדה שמקביל לו. האפקט הכולל הינו שכיוון הקיטוב של האלומה היוצאת מהפלטה מראה סימטרי ביחס לצירי הפלטה.



הקווים המקווקווים מציינים את הקיטוב האפשרי של הגל המקוטב בכיוון של אחד המקטבים אחרי המעבר דרך $\lambda/2$.

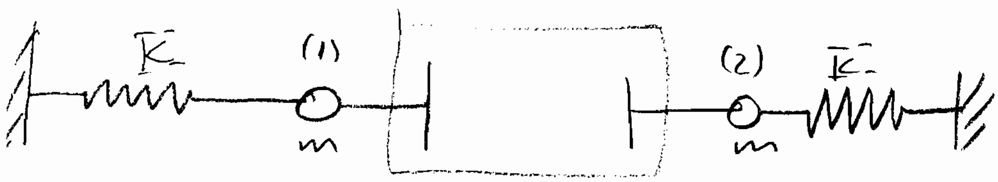
$$I = I_0 \cos^2 60^\circ \cos^2 120^\circ = 0.0625\, I_0$$

$C \leftarrow \lambda/2 \leftarrow A$

$$I = I_0 \cos^2 50^\circ \cos^2 10^\circ = 0.4007\, I_0$$

ד) $\lambda/2 \leftarrow A \leftarrow C$

שאלה 2



א)

$$\begin{cases} m\ddot{x}_1 = -K x_1 - \gamma(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) \\ m\ddot{x}_2 = -K x_2 - \gamma(\dot{x}_2 - \dot{x}_1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \ddot{x}_1 + \frac{K}{m}x_1 + \frac{\gamma}{m}\dot{x}_1 - \frac{\gamma}{m}\dot{x}_2 = 0 \\ \ddot{x}_2 + \frac{K}{m}x_2 - \frac{\gamma}{m}\dot{x}_1 + \frac{\gamma}{m}\dot{x}_2 = 0 \end{cases} \qquad \omega_0^2 \equiv \frac{K}{m} \qquad \Gamma \equiv \frac{\gamma}{m}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \ddot{x}_1 + \ddot{x}_2 + \omega_0^2(x_1 + x_2) = 0 \\ \ddot{x}_1 - \ddot{x}_2 + \omega_0^2(x_1 - x_2) + 2\Gamma(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) = 0 \end{cases} \qquad \begin{matrix} y_1 \equiv x_1 + x_2 \\ y_2 \equiv x_1 - x_2 \end{matrix}$$

$$\begin{cases} \ddot{y}_1 + \omega_0^2 y_1 = 0 \\ \ddot{y}_2 + 2\Gamma\dot{y}_2 + \omega_0^2 y_2 = 0 \end{cases}$$

$$y_1 = A_1\cos(\omega_0 t + \varphi_1)$$

$$y_2 = A_2\cos(\tilde{\omega} t + \varphi_2)e^{-\Gamma t} \qquad \tilde{\omega}^2 = \omega_0^2 - \Gamma^2$$

($\tilde{\omega}$ יכול להיות גם מרוכב...)

אופני התנודה: $\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}$ עם תדירות ω_0 (אינו דועך)

$\begin{pmatrix}1\\-1\end{pmatrix}$ עם תדירות $\tilde{\omega}$ (דועך עם קבוע הדעיכה Γ)

אחרי זמן ארוך ($t \gg \frac{1}{\Gamma} = \frac{m}{\gamma}$) אופן התנודה השני ידעך ויישאר רק אופן התנודה הראשון, כלומר, המסות ינועו ביחד מבלי שתהיה ביניהן תנועה יחסית.

ב) משו' התנועה:

$$\begin{cases} \ddot{x}_1 + \omega_0^2 x_1 + \Gamma \dot{x}_1 - \Gamma \dot{x}_2 = 0 \\ \ddot{x}_2 + \omega_0^2 x_2 - \Gamma \dot{x}_1 + \Gamma \dot{x}_2 = \frac{F_0}{m}\cos\omega t \end{cases}$$

$$y_1 = x_1 + x_2$$
$$y_2 = x_1 - x_2$$

$$\begin{cases} \ddot{y}_1 + \omega_0^2 y_1 = \frac{F_0}{m}\cos\omega t \\ \ddot{y}_2 + 2\Gamma \dot{y}_2 + \omega_0^2 y_2 = -\frac{F_0}{m}\cos\omega t \end{cases}$$

בהנחה ש-$\omega \neq \omega_0, \tilde{\omega}$; המצב מתמיד:

$$y_1 = \frac{F_0}{m}\frac{1}{\omega_0^2-\omega^2}\cos\omega t$$

$$y_2 = -\frac{F_0}{m}\frac{2\Gamma\omega}{(\omega_0^2-\omega^2)^2+4\Gamma^2\omega^2}\sin\omega t - \frac{F_0}{m}\frac{\omega_0^2-\omega^2}{(\omega_0^2-\omega^2)^2+4\Gamma^2\omega^2}\cos\omega t$$

$$x_1 = \frac{1}{2}(y_1 + y_2)$$
$$x_2 = \frac{1}{2}(y_1 - y_2)$$

ג) אם $|\omega_0^2-\omega^2| \gg 2\Gamma\omega$

$$y_1 = \frac{F_0}{m}\frac{1}{\omega_0^2-\omega^2}\cos\omega t$$

$$y_2 \approx -\frac{F_0}{m}\frac{2\Gamma\omega}{(\omega_0^2-\omega^2)^2}\sin\omega t - \frac{F_0}{m}\frac{1}{\omega_0^2-\omega^2}\cos\omega t \approx$$

$$\approx -\frac{F_0}{m}\frac{1}{\omega_0^2-\omega^2}\cos\omega t$$

$$\begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = \frac{F_0}{m}\frac{1}{\omega_0^2-\omega^2}\cos\omega t \end{cases}$$

יחס המשרעות הוא אפס.

שאלה 3

א) הגלים המשודרים הם מהצורה:

$$\Psi(x,t) = A(t)\, e^{i(\omega_0 t - k_0 x)}$$

$$A(t) = \begin{cases} t+1, & -1<t<0 \\ -t+1, & 0<t<1 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

הערה: ניתן לחשב את טרנס' פורייה בקלות אם שמים לב, כי פונקציית משולש היא קונבולוציה של שתי פונקציות חלון...

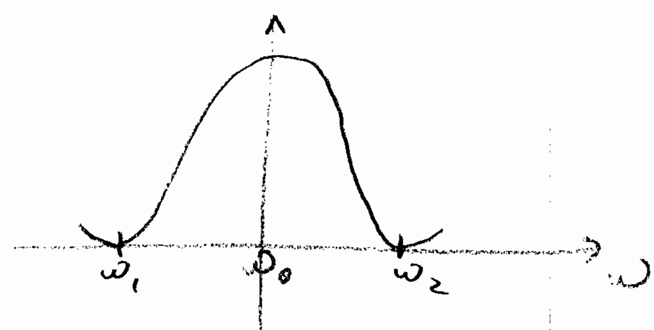
$$\tilde{\Psi}(x,\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \Psi(x,t)\, e^{-i\omega t}\, dt =$$

$$= e^{-ik_0x}\left[\int_{-1}^{0}(t+1)e^{-i(\omega-\omega_0)t}\,dt + \int_{0}^{1}(1-t)e^{-i(\omega-\omega_0)t}\,dt\right].$$

$$= e^{-ik_0x}\,\frac{e^{-i(\omega-\omega_0)}\left(-1+e^{i(\omega-\omega_0)}\right)^2}{(\omega-\omega_0)^2} =$$

$$= -4e^{-ik_0x}\,\frac{\sin^2\frac{\omega-\omega_0}{2}}{\left(\frac{\omega-\omega_0}{2}\right)^2\cdot 4} = -e^{-ik_0x}\,\mathrm{sinc}^2\,\frac{\omega-\omega_0}{2}$$

$$|\tilde{\Psi}(\omega)| = \mathrm{sinc}^2\,\frac{\omega-\omega_0}{2}$$



$$|\tilde{\Psi}(\omega_{12})| = 0$$

$$\Downarrow$$

$$\sin\frac{\omega_{12}-\omega_0}{2} = 0$$

$$\omega_{12}-\omega_0 = \pm 2\pi$$

$$\omega_{12} = \pm 2\pi + \omega_0$$

נגדיר את הרוחב האופייני:

$$\Delta\omega = \frac{1}{2}(\omega_2-\omega_1) = 2\pi$$

ב)

$$\omega = \frac{kV}{1-\alpha k}$$

$$v_g = \frac{d\omega}{dk} = \frac{V(1-\alpha k)+\alpha k V}{(1-\alpha k)^2} = \frac{V}{(1-\alpha k)^2}$$

מהירות התקדמות הפולס היא בקירוב $v_g(k=k_0)$.

שאלה 5

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2} = v^2\left(\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\psi}{\partial z^2}\right)$$

א) אופן תנודה (הפתרון של מש' הגלים) (פונקציית הגל מתאפסת ב- $\begin{matrix} x=0 \\ y=0 \end{matrix}$)

$$\psi(x,y,z,t) = A\sin(k_x x)\sin(k_y y)\cos(\omega t - k_z z)$$

נציב לתוך מש' הגלים:

$$-\omega^2\psi = v^2\left(-k_x^2 - k_y^2 - k_z^2\right)\psi$$

$$\omega^2 = v^2\left(k_x^2 + k_y^2 + k_z^2\right)$$

יחס הנפיצה:

ב) תנאי שפה:

$$\psi(x=0,a) = 0 \Rightarrow k_x a = \pi n \quad , n=1,2,\ldots$$

$$\psi(y=0,b) = 0 \Rightarrow k_y b = \pi m \quad , m=1,2,\ldots$$

$$\omega = v\sqrt{\left(\frac{\pi n}{a}\right)^2 + \left(\frac{\pi m}{b}\right)^2 + k_z^2}$$

תדירות הסף היא:

$$\omega_c = v\sqrt{\left(\frac{\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{\pi}{b}\right)^2} = 3\cdot 10^4\cdot\pi\sqrt{\left(\frac{1}{5}\right)^2 + \left(\frac{1}{10}\right)^2} =$$

$$= \frac{3\cdot 10^4\,\pi}{2\sqrt{5}} = 2.1\cdot 10^4 \ \mathrm{Hz}$$

ג)

$$\omega_a = \sqrt{\frac{7}{5}}\,\omega_c = \frac{3\cdot 10^4\pi}{2\cdot 5}\sqrt{7} = 2.49\cdot 10^4 \ \mathrm{Hz}$$

תדירות הסף עבור $(n,m)=(2,1)$

(המצב הבא הנמוך ביותר)

$$\omega_{c2} = v\sqrt{\left(\frac{2\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{\pi}{b}\right)^2} =$$

$$= v\pi\sqrt{\frac{2}{5}} = 2.66\cdot 10^4 \ \mathrm{Hz}$$

$\omega_a < \omega_{c2}$ ולכן התדירות ω_a שייכת למוד הראשון.

$$\omega_a = v\sqrt{\left(\frac{\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{\pi}{b}\right)^2 + k_z^2} \Rightarrow k_z = 0.44 \ \mathrm{1/cm}$$

מהירות הפאזה:

$$v_{ph} = \frac{\omega_a}{k_z} = 561 \ \mathrm{m/s}$$

$$v_g = \frac{d\omega}{dk} = v\frac{k_z}{\sqrt{\left(\frac{\pi n}{a}\right)^2 + \left(\frac{\pi m}{b}\right)^2 + k_z^2}} \simeq 159 \ \mathrm{m/s}$$

ד)

$$\omega_b = \sqrt{\frac{3}{5}}\,\omega_c \Rightarrow k_z = i\,0.44 \ \mathrm{1/cm} \Rightarrow \delta \approx \frac{1}{|k_z|} = 2.27 \ \mathrm{cm}$$

שאלה 5

$$e \xrightarrow{5MeV} p \Longrightarrow \gamma' \quad \gamma$$

שימור תנע:

$$\begin{cases} p_e + p_p = p_\gamma - p_{\gamma'} \\ E + mc^2 = p_\gamma c + p_{\gamma'} c \end{cases}$$

שימור אנרגיה:

E - אנרגיית האלקטרון

$$p_p = 0$$

$$E^2 = p_e^2 c^2 + m^2 c^4$$

$$p_e = \frac{1}{c}\sqrt{E^2 - m^2c^4}$$

$$p_{\gamma'} = p_\gamma - p_e$$

$$\Rightarrow E + mc^2 = 2p_\gamma c - p_e c$$

$$p_\gamma = \frac{E + mc^2 + p_e c}{2c} = \frac{E + mc^2 + \sqrt{E^2 - m^2c^4}}{2c}$$

$$E = 5\cdot10^6 \cdot 1.6\cdot10^{-19}\ J \qquad c = 3\cdot10^8\ m/c$$

$$m = 9.1\cdot10^{-31}\ kg$$

$$\Rightarrow p_\gamma = 2.8\cdot10^{-21}\ kg\frac{m}{s}$$

$$p_e = \frac{1}{c}\sqrt{E^2 - m^2c^4} = 2.65\cdot10^{-21}\ kg\frac{m}{s}$$

$$p_{\gamma'} = p_\gamma - p_e = 1.44\cdot10^{-22}\ kg\frac{m}{s}$$

כיוון הפוטון השני הינו בכיוון ההפוך לכיוון המקורי.

$$pc = h\nu$$

$$\nu_\gamma = \frac{p_\gamma c}{h} = 1.27\cdot10^{21}\ Hz$$

$$\nu_{\gamma'} = \frac{p_{\gamma'} c}{h} = 6.5\cdot10^{19}\ Hz$$