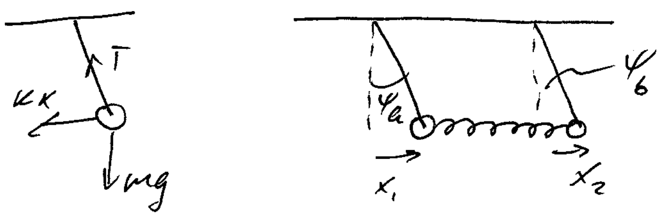


(א (1

עבור זוויות קטנות: $T = mg\cos\psi \simeq mg(1+O(\psi^2))$

$$-T\sin\psi \simeq -T\psi \simeq -mg\psi$$

$$\Rightarrow \quad ml\ddot{\psi}_a = -mg\psi_a + \kappa l(\psi_b - \psi_a)$$

$$2ml\ddot{\psi}_b = -2mg\psi_b - \kappa l(\psi_b - \psi_a)$$

(ב

$$\sin\psi = \frac{x}{L} \Rightarrow \psi \simeq \frac{x}{L}$$

כלומר $x \simeq L\psi$, מכאן ניתן לפתור כמו מסעיף א' לפי ψ או לפי x.

$$m\ddot{x}_1 = -mg\sin\psi_a - \kappa(x_1 - x_2)$$

$$2m\ddot{x}_2 = -2mg\sin\psi_b + \kappa(x_1 - x_2)$$

$$\ddot{x}_1 = -\frac{g}{L}x_1 - \frac{\kappa}{m}(x_1 - x_2) = -\left(\frac{g}{L} + \frac{\kappa}{m}\right)x_1 + \frac{\kappa}{m}x_2$$

$$\ddot{x}_2 = -\frac{g}{L}x_2 + \frac{\kappa}{2m}(x_1 - x_2) = \frac{\kappa}{2m}x_1 - \left(\frac{g}{L} + \frac{\kappa}{2m}\right)x_2$$

$$\ddot{\vec{X}} = \hat{A}\vec{X} \quad ; \quad |\hat{A} - \hat{I}\omega^2| = 0$$

$$\begin{vmatrix} \frac{g}{L} + \frac{\kappa}{m} - \omega^2 & -\frac{\kappa}{m} \\ -\frac{\kappa}{2m} & \frac{g}{L} + \frac{\kappa}{2m} - \omega^2 \end{vmatrix} = 0 \qquad \left(\frac{g}{L} + \frac{\kappa}{m} - \omega^2\right)\left(\frac{g}{L} + \frac{\kappa}{2m} - \omega^2\right) - \frac{\kappa^2}{2m^2} = 0$$

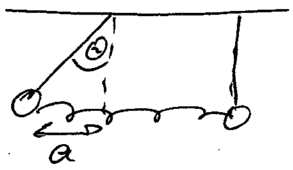
$$\omega_2^2 = \frac{g}{l} + \frac{3}{2}\frac{\kappa}{m} \; ; \; \omega_1^2 = \frac{g}{l}$$

$$\omega_1^2=\frac{g}{l}:\quad \begin{pmatrix} \frac{k}{m} & -\frac{k}{m} \\ -\frac{k}{2m} & \frac{k}{2m} \end{pmatrix}\vec{V}_1=0 \qquad \vec{V}_1=\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}$$

$$\omega_2^2=\frac{g}{l}+\frac{3}{2}\frac{k}{m}:\quad \begin{pmatrix} -\frac{k}{2m} & -\frac{k}{m} \\ -\frac{k}{2m} & -\frac{k}{m} \end{pmatrix}\vec{V}_2=0 \qquad \vec{V}_2=\frac{1}{\sqrt{5}}\begin{pmatrix}-2\\1\end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow x_1=A_1\cos(\omega_1 t+\varphi_1)+A_2\cos(\omega_2 t+\varphi_2)$$
$$x_2=A_1\cos(\omega_1 t+\varphi_1)-\frac{1}{2}A_2\cos(\omega_2 t+\varphi_2)$$

ב)



$$\left.\begin{aligned} x_1(0)=a &\Rightarrow a=A_1\cos\varphi_1+A_2\cos\varphi_2 \\ x_2(0)=0 &\Rightarrow 0=A_1\cos\varphi_1-\frac{1}{2}A_2\cos\varphi_2 \\ \dot{x}_1(0)=0 &\Rightarrow 0=-A_1\omega_1\sin\varphi_1-A_2\omega_2\sin\varphi_2 \\ \dot{x}_2(0)=0 &\Rightarrow 0=-A_1\omega_1\sin\varphi_1+\frac{1}{2}A_2\omega_2\sin\varphi_2 \end{aligned}\right\}\Rightarrow \begin{aligned} &\varphi_1=0;\ \varphi_2=0 \\ &A_1=\frac{1}{3}a;\ A_2=\frac{2}{3}a \end{aligned}$$

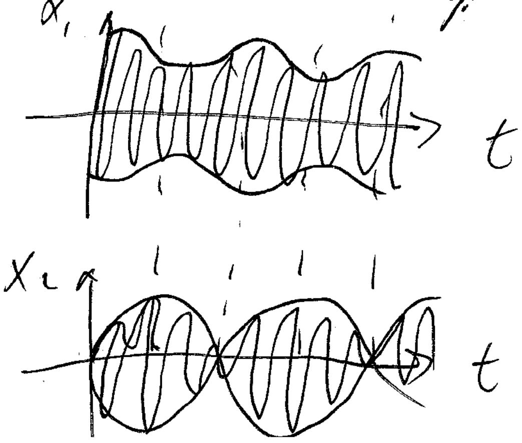
$$x_1=\frac{1}{3}a\cos(\omega_1 t)+\frac{2}{3}a\cos(\omega_2 t)=\frac{1}{3}a\cos(\omega_2 t)+\frac{2}{3}a\cos\left(\frac{\omega_1-\omega_2}{2}t\right)\cdot\cos\left(\frac{\omega_1+\omega_2}{2}t\right)$$

$$x_2=\frac{1}{3}a\cos(\omega_1 t)-\frac{1}{3}a\cos(\omega_2 t)=-\frac{2}{3}a\sin\left(\frac{\omega_1-\omega_2}{2}t\right)\sin\left(\frac{\omega_1+\omega_2}{2}t\right)$$

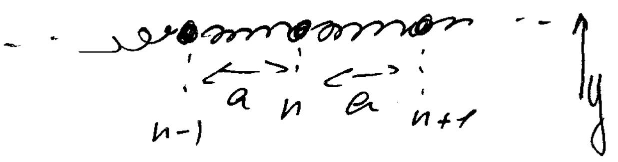
כאשר $\frac{g}{l}>>\frac{k}{m}$ |Amod| משתנה לאט בזמן, יש אפשרות לפעימות.

עבור X_1 יש סופרפוזיציה בין $\cos(\omega_2 t)$ לפעימות עם עוצמה מקסימלית 1. עבור X_2 יש פעימות עם עוצמה מקסימלית

4/9



(2



א) לפי חוק שני של ניוטון:

$$m\ddot{y}_n = -K(y_n - y_{n-1}) + K(y_{n+1} - y_n) = K(y_{n+1} - 2y_n + y_{n-1})$$

$$\Downarrow$$

$$\ddot{y}_n = \frac{K}{m}(y_{n+1} - 2y_n + y_{n-1})$$

ב) בגבול הרצף $a \to 0$.

$$y(na) = y(x)$$

$$\Downarrow$$

$$y((n+1)a) = y(x+a)$$

$$y_{n+1} = y(x+a) = y(x) + a\frac{\partial y}{\partial x} + \frac{1}{2}a^2\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}$$

$$y_{n-1} = y(x-a) = y(x) - a\frac{\partial y}{\partial x} + \frac{1}{2}a^2\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}$$

$$\Downarrow$$

נציב במשוואת
כוחות

$$m\ddot{y}(x,t) = Ka^2\frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2}$$

$$\ddot{y} = \frac{Ka^2}{m}\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}$$

ג) I) נסתכל על פונקציות $f(x \mp vt)$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial f}{\partial t}\right) = \frac{\partial}{\partial t}\left[\frac{\partial f}{\partial(x-vt)}\cdot\frac{\partial(x-vt)}{\partial t}\right] = \frac{\partial}{\partial t}\left(-v\frac{\partial f}{\partial x}\right)$$

$$= v^2\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}$$

* $x - vt = \alpha$

$\frac{d\alpha}{dx} = 1 \Rightarrow d(x-vt) = dx$

II) * לפי ניסוח קודם גל נוסע פותר את משוואות הגלים.

III) - גל עומד:

$$y(x,t) = A\cos(kx+\tilde{\varphi})\cos(\omega t+\varphi)$$

נציב במשוואות הגלים:

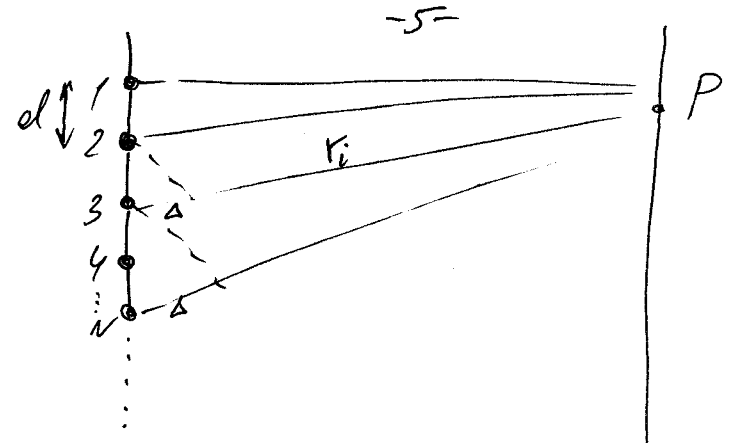
$$\ddot{y} = -\omega^2 y$$
$$y'' = -k^2 y$$
$$\Downarrow$$
$$-\omega^2 y = \frac{Ka^2}{m}(-k^2 y)$$

נסמן
$Ka = T$ - מתיחות
$\frac{m}{a} = \rho$ - מסה ליחידת אורך

$$\omega = \sqrt{\frac{T}{\rho}}\,k$$

זה פותר את משוואות הגלים אם יחס הנפיצה הוא $\omega = \sqrt{\frac{T}{\rho}}\,k$.

3)



א) נפתור עבור N סדקים:

$$r_{i+1}-r_i=\Delta=d\sin\theta$$

$$E_i=E_0 e^{i\omega t}e^{ikr_i}$$

$$E=\sum_{i=1}^{N}E_i \quad ; \quad r_i=r_1+(i-1)\Delta$$

* ראה הסבר מפורט בחומר שנלמד מכיתה ⇓

$$E=E_0 e^{i\omega t}e^{ikr}\left(\frac{1-e^{ik\Delta N}}{1-e^{ik\Delta}}\right)$$

$$I\propto|E|^2$$

$$I\propto I_0\,\frac{\sin^2\left(\frac{kdN\sin\theta}{2}\right)}{\sin^2\left(\frac{kd\sin\theta}{2}\right)}$$

$$I\propto I_0\,\frac{\sin^2(4kd\sin\theta)}{\sin^2\left(\frac{kd\sin\theta}{2}\right)} \quad \Leftarrow N=8$$

אפס ראשון:

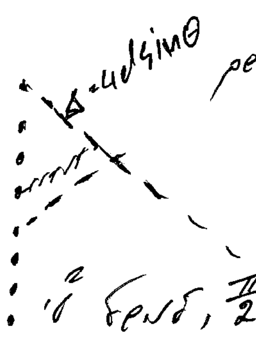
$$\sin^2(4kd\sin\theta)=0$$

$$4kd\sin\theta=\pi$$

$$d\sin\theta=\frac{\pi}{4\frac{2\pi}{\lambda}}=\frac{\lambda}{8}$$

$$\theta\sim\frac{\lambda}{8d}\ \text{ר}$$

* עבור אור לבן מקבלים הפרדת צבעים
אמנם יהיה מקסימום אחד על ציר הסימטריה מכוון ששם
כל אורכי הגל מתאבכים בצורה בונה.

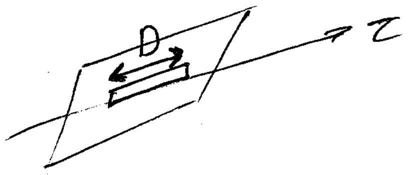


$$\frac{1}{2}\lambda=4d\sin\theta$$

דרך ב:
ראשון יבטל את ה-5
שני את ה-6
⋮

ב) אם 4 סדקים, ראשונים יהיו בהפרש פאזה $\frac{\pi}{2}$, למשל 1 ו-2 מתיכה צרונית.

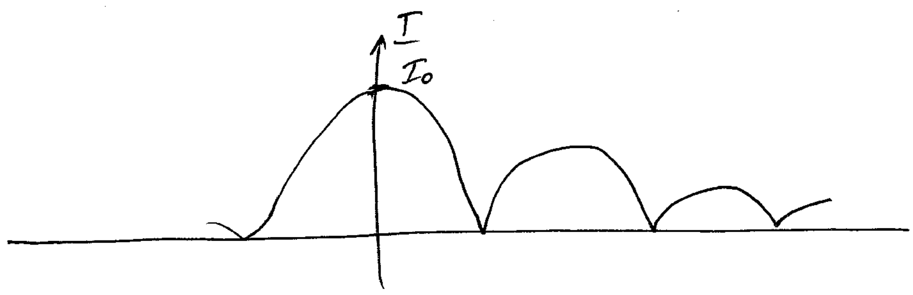
(ค



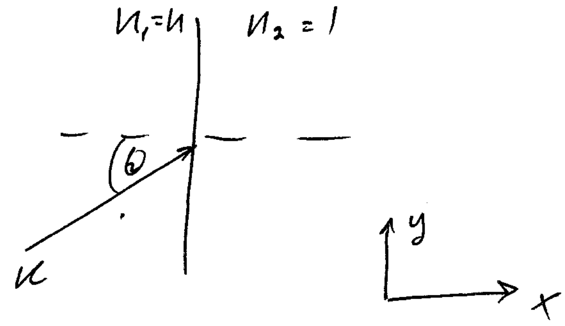
$$F(k_z) = \int_{-\infty}^{\infty} \underset{\text{ช่อง}}{f(x)}\, e^{ik_z z}\, dz = \int_{-\frac{D}{2}}^{\frac{D}{2}} \cos(k_z z)\, dz =$$

$$= \frac{\sin k_z z}{k_z}\Bigg|_{-\frac{D}{2}}^{\frac{D}{2}} = \frac{\sin(\frac{1}{2} k D \sin\theta)}{\frac{1}{2} k \sin\theta}$$

$$I(\theta) = I_0 \frac{\sin^2(\frac{1}{2} k D \sin\theta)}{(\frac{1}{2} k D \sin\theta)^2}$$



4) א)



$$\omega = \frac{ck_1}{n_1} = \frac{ck_2}{n_2}$$

משימור תנע:

$$k_y^{(n)} = k_y^{(1)} \quad *$$

$$k^2 = k_x^2 + k_y^2$$

$$k_y = k\sin\theta$$

$$[illegible]\ -k_x^2 = \frac{\omega^2}{c^2} - k_y^2 = \frac{\omega^2}{c^2}\left(1 - n^2\sin^2\theta\right)$$

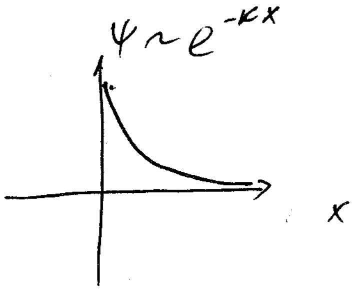
ב) $\theta > \theta_c$ - יהיה החזרה מלאה ו-k הופך למדומה.

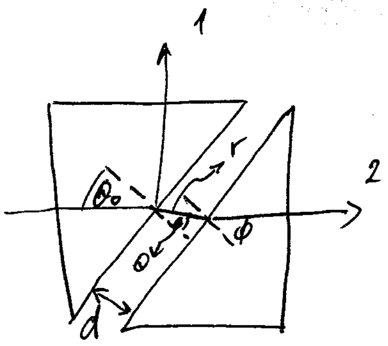
$$k_x = i\beta = \frac{i}{\delta}$$

עומק חדירה:

$$\Downarrow$$

$$\frac{1}{\delta} = \frac{\omega}{c}\sqrt{n^2\sin^2\theta - 1}$$





ג)

לפי חוק סנל: כאשר $\theta_0 = 45°,\ n_1 = n,\ n_2 = 1$

$$n_1\sin\theta_0 = n_2\sin\theta \Rightarrow \sin\theta = n\sin\theta_0$$

$$\sin\theta = n\sin\phi \Rightarrow n\sin\theta_0 = n\sin\phi$$

$$\Downarrow$$

$$\phi = \arcsin(\sin\theta_0) = \theta_0$$

* לפי סעיף קודם ראינו כי ψ דועך לפי e^{-kx}.

$$I \sim |\psi|^2 \Rightarrow I \sim e^{-2kx}$$

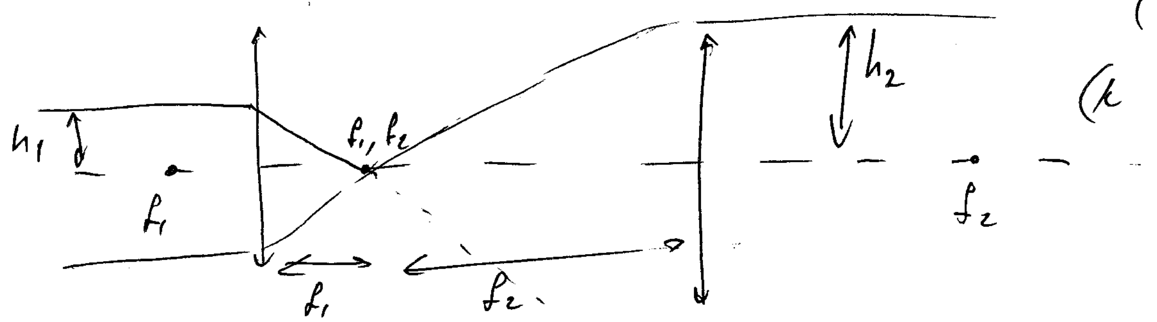
$\Leftarrow I = 50\% I_0$ כאשר

$$-2kx = \ln 0.5$$

$$d = x\cos\theta \qquad ! \quad x = \frac{\ln 0.5}{-2k}$$

5)

א)

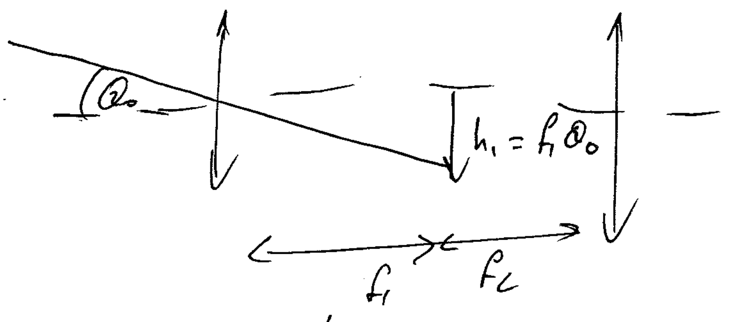


$$\frac{h_1}{f_1} = \frac{h_2}{f_2} \Rightarrow \frac{h_2}{h_1} = \frac{f_2}{f_1} = \frac{50cm}{10cm} = 5$$

הרדיוס המוגדל הוא $5R$ ולכן שטח החתך של קרן המוצא הוא $25\pi R^2$ כאשר לפני המערך היה πR^2.
ישנו שינוי בשטח מפקטור של 25 ולכן העוצמה (או אנרגיה ליחידת שטח) צריכה לקטון בפקטור של 25.

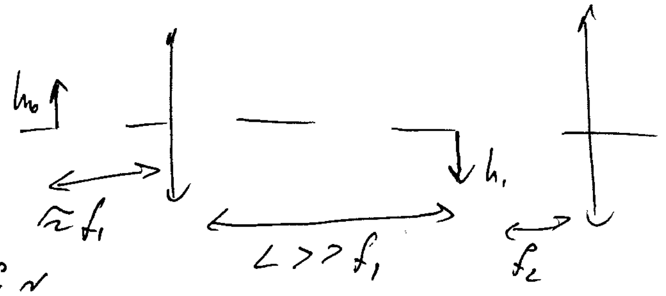
$$\Rightarrow \quad E = \frac{E_0}{5}\cos(\omega t - kz)$$

ב) טלסקופ.



$$M_\theta = \frac{h_1/f_2}{\theta_0} = \frac{f_1\theta_0}{f_2\theta_0} = \frac{f_1}{f_2}$$

מיקרוסקופ



$u \cong$ קצת יותר גדול מ f_1

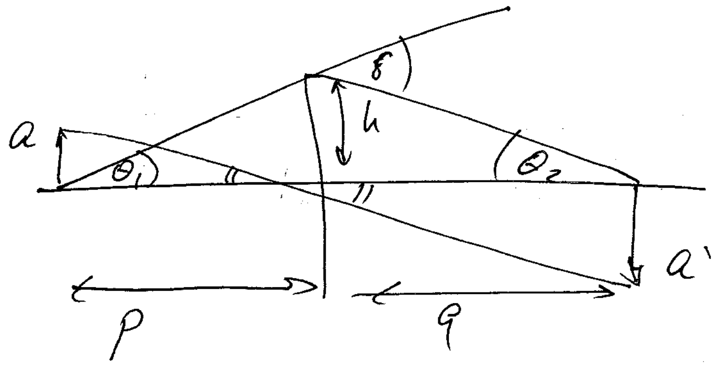
d - מרחק מקובל לעין ללא מיקרוסקופ. זהו מרחק מינימלי שבו העין יכולה לראות בפוקוס ובדרך כלל זה 25cm

$$M_\theta = \frac{h_1/f_2}{\theta_{max}} = \frac{(L/f_1)\left(\frac{h_0}{f_2}\right)}{h_0/25} = \frac{25L}{f_1 f_2}$$

θ_{max} ללא מיקרוסקופ

ג) ניקח מנורה בקצה הרחוק של החדר ונחפש עם דף נייר באיזה מרחק מהעדשה מתקבלת על הדף תמונה ברורה של המנורה. מרחק זה יהיה מרחק המוקד שלה בהנחה שהמרחק למנורה מספיק רחוק כדי לדמות אינסוף.

ד)



$$\theta_1 - \delta = -\theta_2$$

$$\theta_1 = \frac{h}{p} \quad ; \quad \theta_2 = \frac{h}{q}$$

$$\delta = \frac{h}{f}$$

$$\Downarrow$$

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}$$