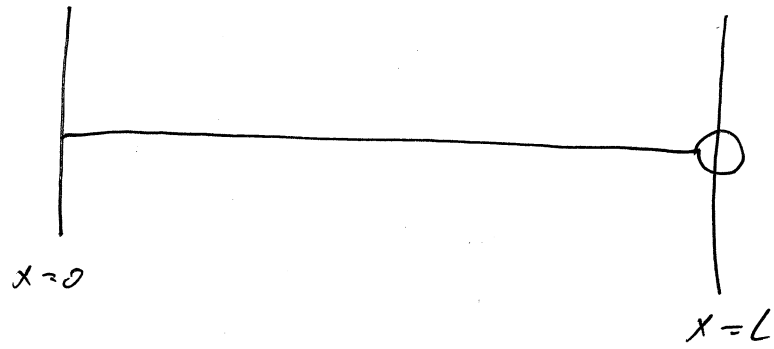
1)



$T = 10N$
$L = 50cm$
$R = 1mm$
$\rho = 1 \frac{kg}{m^3}$

א) נניח פתרון מהצורה: $\psi = (A\cos kx + B\sin kx)\cos(\omega t+\varphi)$

$$\psi\Big|_{x=0} = 0 \Rightarrow A = 0$$

לפי חוק שני של ניוטון

$$m\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2}\Big|_{x=L} = -T\frac{\partial\psi}{\partial x}\Big|_{x=L}$$

$$-m\omega^2 B\sin kL = -TkB\cos kL$$

$$\omega = vk = \sqrt{\frac{T}{\rho}}\,k$$

$$\Rightarrow m\frac{\cancel{T}}{\rho}k^{\cancel{2}}\cancel{B}\sin kL = \cancel{T}\cancel{k}\cancel{B}\cos kL$$

$k \neq 0$

$$\frac{mk}{\rho} = ctg\,kL$$

עבור מקרה $m \to 0$

$$ctg\,kL = 0$$

$$k_n = \frac{(n+\frac{1}{2})\pi}{L} \Rightarrow \lambda_n = \frac{2\pi}{k_n} = \frac{2L}{n+\frac{1}{2}}$$

-2-

ב)

$$W_n = V k_n = \sqrt{\frac{T}{\rho}}\,\frac{(n+\frac{1}{2})\pi}{L}$$

$$\rho = \pi R^2 \cdot \rho' = \pi \cdot 1 \cdot mm^2 \cdot 1\,\frac{kg}{m^3} = \pi \cdot 10^{-6}\,\frac{kg}{m}$$, $L = 0.5m$

ρ' - נתון בשאלה כצפיפות של $1\,\frac{kg}{m^3}$

$$W_n = \sqrt{\underline{10^7}}\,(2n+1)\sqrt{\pi} \quad \frac{1}{sec}$$

ג)

$$\psi = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty}\left(A_n(k)\cos kx + B_n(k)\sin(kx)\right)$$

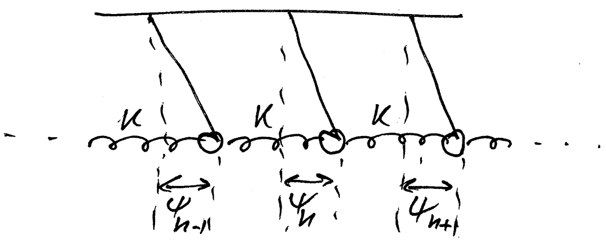
[illegible]

$$A_n(k) = \frac{1}{L}\int_{-L}^{L} F(x)\cos(kx)\,dx$$ כאשר

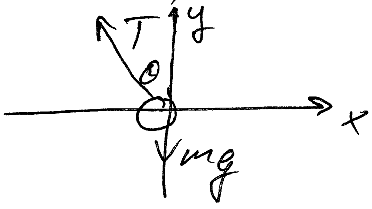
$$B_n(k) = \frac{1}{L}\int_{-L}^{L} F(x)\sin(kx)\,dx$$

* אין מודים ג' זוגיים כיוון למרכז המיתר. (תנודה תלויה סימטריים)

(2



תרשים כוחות:



א) עבור זוויות קטנות:

$$y: \quad T\cos\theta = mg$$
$$T \simeq mg$$
$$\sin\theta = \frac{\psi_n}{L}$$

$$m\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2} = -T\sin\theta + K(\psi_{n+1}-\psi_n) - K(\psi_n-\psi_{n-1})$$
$$= -mg\sin\theta + K(\psi_{n+1}-\psi_n) - K(\psi_n-\psi_{n-1})$$
$$\Downarrow$$

$$(1) \quad \frac{\partial^2\psi_n}{\partial t^2} = -g\frac{\psi_n}{L} + \frac{K}{m}(\psi_{n+1}-2\psi_n+\psi_{n-1})$$

ב) ננחש פתרון מהצורה של גל עומד:

$$\psi_n = A\sin(kna)\cos(\omega t)$$

ונציב אותו בפתרון של סעיף א' (משוואה (1))

$$(2)\ \psi_{n+1}-2\psi_n+\psi_{n-1} = A\cos\omega t\,(\sin(k(n+1)a) - 2\sin(kna) + \sin(k(n-1)a))$$

$$* \ \sin\alpha\cdot\cos\beta = \frac{1}{2}(\sin(\alpha+\beta)+\sin(\alpha-\beta))$$

$$\Rightarrow (2) = A\cos(\omega t)[2\sin(kna)\cos(ka) - 2\sin(kna)]$$

$$= A\cos(\omega t)\sin(kna)[2\cos(ka)-2] = \{2\cos\alpha - 2 = 2 - 4\sin^2\tfrac{\alpha}{2}\}$$

$$= -A\cos\omega t\,\sin(kna)\cdot 4\sin^2\left(\frac{ka}{2}\right)$$

$$\Rightarrow (1): \quad -\omega^2 \cancel{A\sin(kna)\cos(\omega t)} = -\frac{g}{L}\cancel{A\sin(kna)\cos(\omega t)} - \frac{K}{m}(\cancel{A\cos\omega t\sin(kna)}\cdot 4\sin^2\left(\frac{ka}{2}\right))$$

$$\omega^2 = \frac{g}{L} + \frac{4K}{m}\sin^2\left(\frac{ka}{2}\right)$$

ג) ידוע כי עבור כל מערכת מחזורית

$$\frac{d^2y}{dt^2} = -\omega^2 y$$

כמו כן ידוע שעבור כל מערכת מחזורית

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -k^2 y$$

כמו כן ידוע שבגבול של מערכת רציפה a שואף ל-0

ולכן $\sin\frac{ka}{2} \to \frac{ka}{2}$

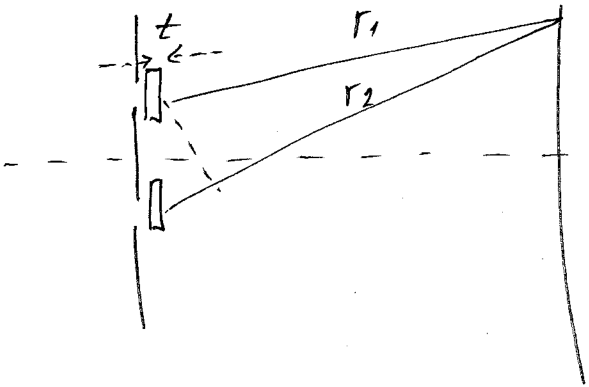
מכל אלו ביחד מקבלים את התשובה.

*תשובה יותר מורכבה וגם נכונה היא להתחיל מסעיף ד ולהשתמש בגבול הרצף $x=na$ בשביל להראות:

$$y(n+1) - 2y(n) + y(n-1) = a^2 \frac{d^2y}{dx^2}$$

- להכניס משוואת הגל נקבל גם את המשוואה של מי שפספס והגיע למשוואת קליין-גורדון וקיבל את יחס הנפיצה.

(3



א)

t - עובי הזכוכית

$$\delta = k\Delta = k(r_2 - r_1) + k_2 t - k_1 t = \frac{2\pi}{\lambda} d\sin\theta + \frac{2\pi}{\lambda}(n_1 - n_2)t$$

$\Downarrow$

$$I(\theta) = I_m \cos^2\left[\frac{\pi}{\lambda}\left(d\sin\theta + (n_2 - n_1)t\right)\right]$$

$n_1 = 1$ - אויר.

$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}(n_2 - n_1)t$ הפרש הפאזות כתוצאה מהזכוכית

$\Downarrow$

נקבל חושך על ציר הסימטריה אם: $(n_2 - n_1)t = \frac{\lambda}{2}$
(כלומר $\Delta\varphi = \pi$)

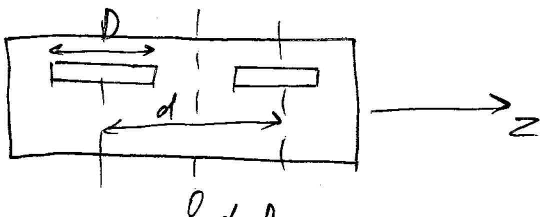
$$t = \frac{\lambda}{2(n_2 - n_1)} = \frac{\lambda}{2(n_2 - 1)}$$

ב) אור לבן כמקור: ישנם אורכי גל שונים ולכן [illegible] על המסך נקבל הפרדה בין אורכי גל (הפרדה בין צבעים).

* אם הגלאי לא רגיש לצבע, אז נמדוד אותה עוצמה.

ג)

$$f(z) = \begin{cases} A_0 & -\frac{d}{2} - \frac{D}{2} < z < -\frac{d}{2} + \frac{D}{2} \\ A_0 & \frac{d}{2} - \frac{D}{2} < z < \frac{d}{2} + \frac{D}{2} \\ 0 & \text{else} \end{cases}$$



$$F(k_z) = \int_{-\infty}^{\infty} f(z)\, e^{ik_z z}\, dz = A_0 \int_{-\frac{d}{2}-\frac{D}{2}}^{-\frac{d}{2}+\frac{D}{2}} e^{ik_z z}\, dz + A_0 \int_{\frac{d}{2}-\frac{D}{2}}^{\frac{d}{2}+\frac{D}{2}} e^{ik_z z}\, dz =$$

$$F(k_z) = A_0\left[\frac{1}{ik_z}e^{ik_z z}\Big|_{-\frac{d}{2}-\frac{D}{2}}^{-\frac{d}{2}+\frac{D}{2}} + \frac{1}{ik_z}e^{ik_z z}\Big|_{\frac{d}{2}-\frac{D}{2}}^{\frac{d}{2}+\frac{D}{2}}\right] =$$

$$= \frac{A_0}{ik_z}\Big[e^{-ik_z\frac{d}{2}}e^{ik_z\frac{D}{2}} - e^{-\frac{ik_z d}{2}}e^{-\frac{ik_z D}{2}}$$

$$+ e^{ik_z\frac{d}{2}}e^{ik_z\frac{D}{2}} - e^{ik_z\frac{d}{2}}e^{-ik_z\frac{D}{2}}\Big]$$

$$= \frac{A_0}{ik_z}\left[e^{+ik_z\frac{D}{2}}\left(e^{-ik_z\frac{d}{2}} + e^{ik_z\frac{d}{2}}\right) - e^{-ik_z\frac{D}{2}}\left(e^{-ik_z\frac{d}{2}} + e^{ik_z\frac{d}{2}}\right)\right]$$

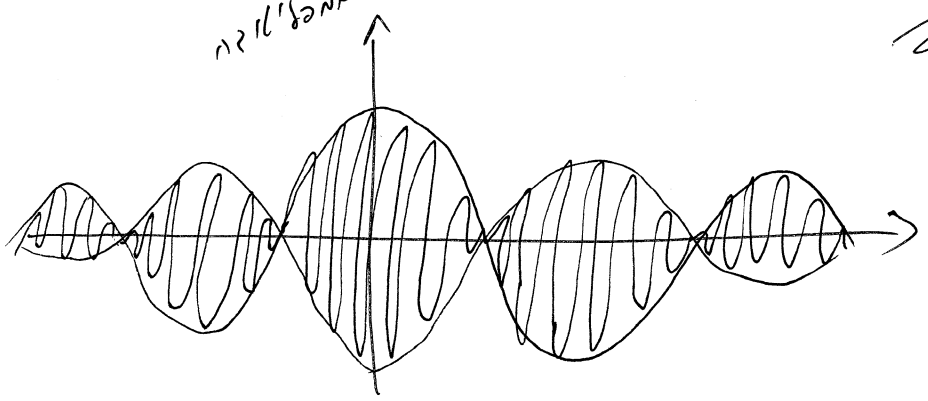
$$= \qquad ik_z\frac{D}{2} = i\alpha \qquad k_z\frac{d}{2} = \beta$$

$$= A_0\left[\frac{e^{i\alpha}-e^{-i\alpha}}{ik_z}\cdot\frac{2(e^{i\beta}+e^{-i\beta})}{2}\right] = 2A_0\cos\beta\,\frac{e^{i\alpha}-e^{-i\alpha}}{ik_z}$$

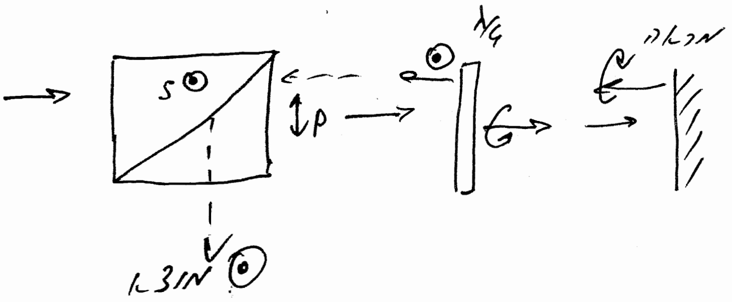
$$= 4A_0\cos\beta\,\frac{\sin\alpha}{k_z}\cdot\frac{D}{D}$$

$$= 2A_0 D\cos\beta\,\mathrm{sinc}\,\alpha =$$

$$F(k_z) = 2A_0 D\cos\left(\frac{k_z d}{2}\right)\mathrm{sinc}\left(\frac{k_z D}{2}\right)$$



(4



אחרי BS: $\Psi(z,t) = Ae^{i(\omega t - kz)}\hat{x} = \frac{1}{\sqrt{2}}Ae^{i(\omega t - kz)}(\hat{x}' + \hat{y}')$

$\hat{x}', \hat{y}'$ - צירים של פלטת $\frac{\lambda}{4}$

אחרי $\frac{\lambda}{4}$: $\Psi(z,t) = \frac{A}{\sqrt{2}}\left[e^{i(\omega t - kz)}\hat{x}' + e^{i(\omega t - kz - \frac{\pi}{2})}\hat{y}'\right]$

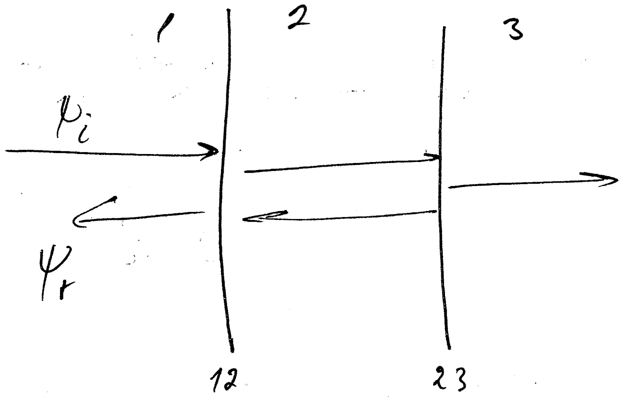
אחרי מראה: $\Psi(z,t) = \frac{A}{\sqrt{2}}\left[e^{i(\omega t + kz)}\hat{x}' + e^{i(\omega t + kz - \frac{\pi}{2})}\hat{y}'\right]$

אחרי מעבר שני דרך $\frac{\lambda}{4}$: $\Psi(z,t) = A'\left[e^{i(\omega t + kz)}\hat{x}' + e^{i(\omega t + kz - \pi)}\hat{y}'\right]$

$= A'e^{i(\omega t + kz)}(\hat{x}' - \hat{y}') = A'e^{i(\omega t + kz)}\hat{y}$

הגל המתקבל הוא מאונך ביחס לכניסה ולכן לא יעבור PBS ויצא כלפי מטה.

5) א)



$$\psi_r = R_{12} A \cos(\omega t + kz) + R_{23} T_{12} T_{21} A \cos(\omega t + kz - 2k_2 L)$$

כאשר:

$$T_{12}\, T_{21} = (1+R_{12})(1-R_{12}) = 1 - R_{12}^2 \approx 1$$

אם $R_{12}, R_{23} \ll 1$

$\Downarrow$

$$\psi_r = R_{12} A \cos(\omega t + k_1 z) + R_{23} A \cos(\omega t + k_1 x - 2k_2 L)$$

$$R = \frac{Z_1 - Z_2}{Z_1 + Z_2}$$

נדרוש $R_{12} = R_{23}$ $\Leftarrow$ $\frac{Z_1}{Z_2} = \frac{Z_2}{Z_3}$ $\Leftarrow$ $Z_2 = \sqrt{Z_1 Z_3}$

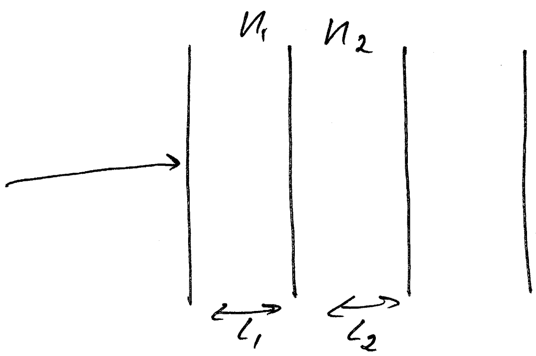
$\Downarrow$

$$\psi_r^{tot} \approx R_{12} A [\cos(\omega t + k_1 x) + \cos(\omega t + k_1 x - 2k_2 L)]$$

אם $2k_2 L = \pi$ $\Leftarrow$ $\psi_r^{tot} = 0$

5 נק'

ב)



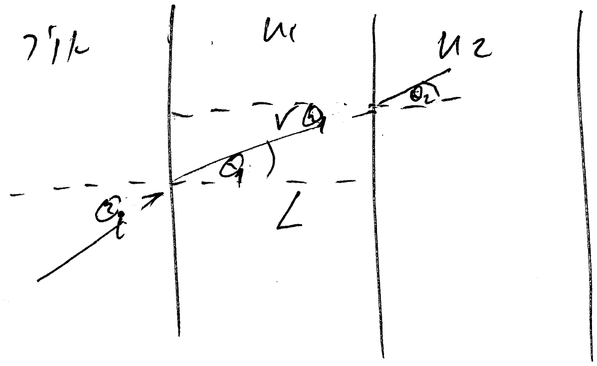
בדרך כלל מקדם החזרה הוא קטן ולכן צריכים הרבה שכבות.

לפי סעיף קודם $2k_2 L_2 = 2\pi$ | $2k_1 L_1 = 2\pi$ ← רק שאלה הוצרה

$L_1 = \frac{\pi}{k_1} \Rightarrow L_1 = \frac{\pi}{\frac{2\pi n_1}{\lambda}} = \frac{\lambda}{2n_1} = \frac{c}{2n_1 f}$ | $L_2 = \frac{\pi}{k_2} = \frac{\lambda}{2n_2} = \frac{c}{2n_2 f}$

$k_1 = \frac{2\pi n_1}{\lambda}$

ג)



$n_i \sin\theta_i = n_t \sin\theta_t$ לפי חוק סנל

$\cos\theta_t = \frac{L}{r} \Rightarrow r = \frac{L}{\cos\theta_t}$

$2k_1 r_1 = 2\pi$

$k_1 \frac{L_1}{\cos\theta_1} = \pi$

$L_1 = \frac{\pi\cos\theta_1}{k_1} = \frac{\lambda\cos\theta_1}{2n_1} = \frac{c\cos\theta_1}{2n_1 f}$

$! - L_2 = \frac{\lambda\cos\theta_2}{2n_2} = \frac{c\cos\theta_2}{2n_2 f}$

חוק סנל: $n_{\text{אויר}} \sin\theta_i = n_1 \sin\theta_1 \Rightarrow 1\cdot\sin 45 = n_1\sin\theta_1 = n_1\sqrt{1-\cos^2\theta_1}$

$\frac{1}{2n_1^2} = 1-\cos^2\theta_1$

$\cos\theta_1 = \sqrt{1-\frac{1}{2n_1^2}} \Rightarrow L_1 = \frac{c\sqrt{1-\frac{1}{2n_1^2}}}{2n_1 f}$

n_1 | n_2

$n_1\sin\theta_1 = n_2\sin\theta_2$

$\sin\theta_2 = \frac{n_1}{n_2}\sin\theta_1 = \frac{\sin 45}{n_2}$

$1-\cos^2\theta_2 = \left(\frac{n_1}{n_2}\sin\theta_1\right)^2$

$L_2 = \frac{c\sqrt{1-\frac{1}{2n_2^2}}}{2n_2 f} \Leftarrow \cos^2\theta_2 = 1-\left(\frac{n_1}{n_2}\sin\theta_1\right)^2 = 1-\left(\frac{\sin 45}{n_2}\right)^2$

$\cos^2\theta_2 = 1-\frac{1}{2n_2^2}$