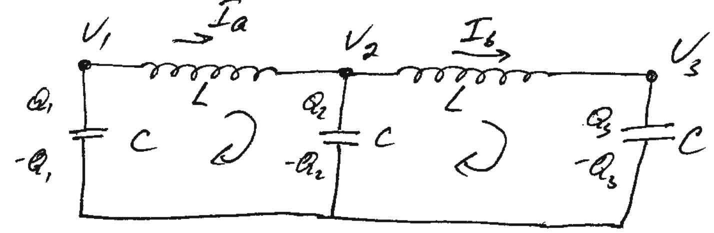
1



$$L\frac{\partial I_a}{\partial t}=V_1-V_2=\frac{Q_1}{C}-\frac{Q_2}{C}$$

$$L\frac{dI_b}{dt}=V_2-V_3=\frac{Q_2}{C}-\frac{Q_3}{C}$$

לפי הציור: $\frac{dQ_1}{dt}=-I_a$, $\frac{dQ_2}{dt}=I_a-I_b$, $\frac{dQ_3}{dt}=I_b$

א) נגזור את משוואות כל לולאה לפי הזמן:

$$CL\ddot{I}_a=I_b-2I_a$$

$$CL\ddot{I}_b=I_a-2I_b$$

ב) נחפש פתרון לא טריוויאלי

$$\begin{vmatrix} -\frac{2}{CL}+\omega^2 & \frac{1}{CL} \\ \frac{1}{CL} & -\frac{2}{CL}+\omega^2 \end{vmatrix}=0 \Rightarrow \omega^2-\frac{2}{CL}=\pm\frac{1}{CL}$$

$$\omega_1^2=\frac{1}{CL}$$

$$\omega_2^2=\frac{3}{CL}$$

עבור $\omega_1^2=\frac{1}{CL}$:

$$\begin{pmatrix} -\frac{1}{CL} & \frac{1}{CL} \\ \frac{1}{CL} & -\frac{1}{CL} \end{pmatrix}\vec{V}_1=0 \Rightarrow \vec{V}_1=\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}$$

עבור $\omega_2^2=\frac{3}{CL}$:

$$\begin{pmatrix} +\frac{1}{CL} & \frac{1}{CL} \\ \frac{1}{CL} & \frac{1}{CL} \end{pmatrix}\vec{V}_2=0 \qquad \vec{V}_2=\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}1\\-1\end{pmatrix}$$

②

ג) - עבור $\omega_1=\sqrt{\frac{1}{CL}}$ $\Leftarrow$ $I_a=I_b$

* הקבל האמצעי אינו פעיל ואכן $|Q_1|=|Q_3|$ ושווים בסימן

- עבור $\omega_2=\sqrt{\frac{3}{CL}}$ $\Leftarrow$ $I_a=-I_b$

* בכאן מצב אנטי-סימטרי. Q_1 ו Q_3 שווים בגודל ובסימן. Q_2 בעל מטען כפול ובסימן הפוך.

ד) נתון כי האמפליטודות שוות $\Leftarrow$ $A=B$

$$I_a(t=0)=I$$
$$I_b(t=0)=0$$

$$I_a=A\left(\cos(\omega_1 t+\varphi_1)+\cos(\omega_2 t+\varphi_2)\right)=$$
$$=2A\cos\left(\frac{\omega_1+\omega_2}{2}t+\frac{\varphi_1+\varphi_2}{2}\right)\cos\left(\frac{\omega_1-\omega_2}{2}t+\frac{\varphi_1-\varphi_2}{2}\right)$$

$$I_b=A\left(\cos(\omega_1 t+\varphi_1)-\cos(\omega_2 t+\varphi_2)\right)=$$
$$=-2A\sin\left(\frac{\omega_1+\omega_2}{2}t+\frac{\varphi_1+\varphi_2}{2}\right)\sin\left(\frac{\omega_1-\omega_2}{2}t+\frac{\varphi_1-\varphi_2}{2}\right)$$

$$I_b(t=0)=0=-2A\sin\left(\frac{\varphi_1+\varphi_2}{2}\right)\sin\left(\frac{\varphi_1-\varphi_2}{2}\right)$$

$$\Rightarrow \frac{\varphi_1+\varphi_2}{2}=\pi n \quad \text{או} \quad \frac{\varphi_1-\varphi_2}{2}=\pi n$$

נבחר $\varphi_1=\varphi_2=\varphi$

$$I_A(t=0)=I=2A\cos\varphi$$
$$\Downarrow$$

$$I_a=A\cos\left(\frac{\omega_1+\omega_2}{2}t+\varphi\right)\cos\left(\frac{\omega_1-\omega_2}{2}t\right)$$
$$I_b=-A\sin\left(\frac{\omega_1+\omega_2}{2}t+\varphi\right)\sin\left(\frac{\omega_1-\omega_2}{2}t\right)$$

(3)

(2

$$\omega^2 = \omega_p^2 + c^2 k^2$$

ω_p - const.
c - light speed

(א

(1) $V_\varphi = \frac{\omega}{k} = \sqrt{\frac{\omega_p^2}{k^2} + c^2}$

(2) $V_g = \frac{d\omega}{dk} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{\omega_p^2 + c^2 k^2}} \cdot 2c^2 k = c^2 \frac{k}{\omega}$

$$V_g \cdot V_\varphi = c^2$$

לפי (1) $\quad V_\varphi > c$

$$\Downarrow$$

$$V_g < c$$

(ב) גל תלת - מימדי : $\quad \omega^2 = \omega_p^2 + c^2(k_x^2 + k_y^2 + k_z^2)$

נניח כי : $\quad \Psi(x, y, z, t)$

כל גל סינוסואידלי תלת מימדי, בלי קשר לגל עומד, נע או טופוגרפי ציגים מקיים:

$$\Downarrow$$

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2} = -\omega^2 \Psi(x, y, z, t) = \left[-\omega_p^2 - c^2(k_x^2 + k_y^2 + k_z^2)\right]\Psi$$

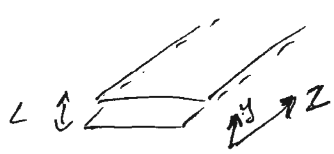
מתכונות של גל מונוכרו' מתקיים:

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} = -k_x^2 \Psi \;; \quad \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} = -k_y^2 \Psi \;; \quad \frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2} = -k_z^2 \Psi$$

$$\Downarrow$$

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2} = -\omega_p^2 \Psi + c^2 \nabla^2 \Psi$$

(ג



$$\Psi(y, z) = E_x(y, z)$$

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2} = -\omega^2 \Psi = c^2 \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} + c^2 \frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2}$$

נתון כי : $\quad \Psi(0, z) = \Psi(L, z) = 0 \Leftarrow$ גל עומד בכיוון y

$$\Psi(y, z, t) = A \sin(k_y y) \cos(k_z z - \omega t)$$

של תנאי שפה : $\quad k_y L = \pi n \,, \; n = 1, 2, \ldots$

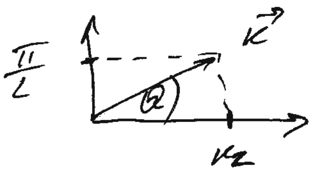
4

$\omega^2 = c^2 k_y^2 + c^2 k_z^2 =$ כמו בסעיף קודם ניתן לראות כי :

$= c^2 \left(\frac{\pi}{L}\right)^2 + c^2 k_z^2$

נתון רק מצב יסוד.

$$\psi = A \sin\left(\frac{\pi}{L} y\right) \cos(k_z z - \omega t)$$



$$\sin\theta = \frac{\pi/L}{\sqrt{\left(\frac{\pi}{L}\right)^2 + k_z^2}}$$

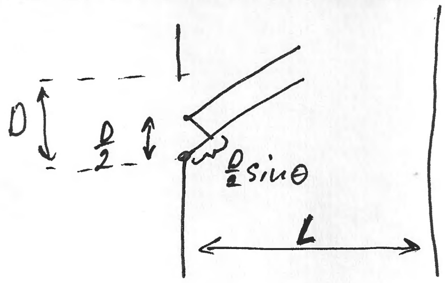
$$k_z = k\cos\theta = \frac{2\pi}{\lambda}\cos\theta$$

$$V_{ph} = \frac{\omega}{k_z} = \frac{ck}{k_z} = c\frac{k}{k_z} = \frac{c}{\cos\theta}$$

$$V_g = \frac{d\omega}{dk_z} = \frac{d}{dk_z}\left(c\left[\sqrt{\left(\frac{\pi}{L}\right)^2 + k_z^2}\right]\right) = \frac{c}{2\sqrt{\left(\frac{\pi}{L}\right)^2 + k_z^2}} \cdot 2k_z =$$

$$= c\frac{k_z}{k} = c\cos\theta$$

(5)



1א) אפסים: $\frac{1}{2}D\sin\theta = \lambda(n+\frac{1}{2})$

$\sin\theta = \frac{\lambda}{D}(2n+1)$

עבור $D \ll \lambda$: עיקר העוצמה בין האפסים הראשונים $D\sin\theta = \pm\lambda$

$\Delta\theta \approx \frac{\lambda}{D} \Rightarrow \angle \frac{\lambda}{D}$ רוחב האלומה.

ב) סדק רחב מאוד ב-y: $F(k_y) = \int e^{ik_y y} dy \sim \delta(k_y)$

ב-x:

$F(k_x) = \int_{-\frac{D}{2}}^{\frac{D}{2}} e^{ik_x x} dx = \int_{-\frac{D}{2}}^{\frac{D}{2}} \cos k_x x \, dx = \frac{\sin(\frac{1}{2}k_x D)}{\frac{1}{2}k_x} =$

$= \frac{\sin\frac{1}{2}kD\sin\theta}{\frac{1}{2}k\sin\theta} = D\,\mathrm{sinc}(\frac{1}{2}kD\sin\theta)$

לפי ההגדרה: $I(k) = \frac{I(0)}{S^2}F^2(k)$

כאשר מימד הנירמול מתבצע לפי רוחב הסדק

$\Downarrow$

$I(\theta) = I(0)\cdot\frac{D^2\,\mathrm{sinc}^2(\frac{1}{2}kD\sin\theta)}{D^2} = I(0)\,\mathrm{sinc}^2(\frac{1}{2}kD\sin\theta)$

$= I(0)\,\mathrm{sinc}^2(\frac{\pi D}{\lambda}\sin\theta)$

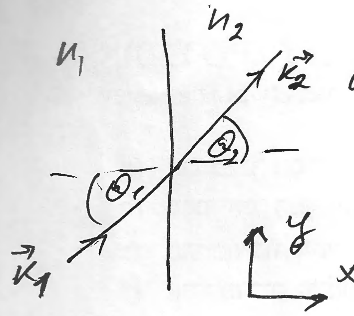
מה ידוע כי $\begin{cases} \Delta\theta \sim \frac{\lambda}{D} \\ \Delta k_x \sim k\Delta\theta = \frac{2\pi}{D} \end{cases} \Longrightarrow \Delta k_x \Delta x \sim 2\pi$, $\Delta x = D$

ג)

לפי ב: האור אשר עובר דרך מפתח הוא בצורת ריבוע (עוצמה כפונקציה של מיקום). טרנספורם פוריה של זו היא פונקציית sinc אשר נותנת לנו ספקטרום של k_x (עוצמה כפונקציה של k_x). כאשר המסך במרחק גדול אזי ספקטרום התנע הופך לספקטרום המיקום ולכן אנו מקבלים על המסך פונקציית sinc.

(6)

4) א)



תדירות משותפת $\omega=\frac{c}{n_2}k_2=\frac{c}{n_1}k_1$

משימור תנע: $k_{1y}=k_{2y}$

$$k_1\sin\theta_1=k_2\sin\theta_2$$

$$\cancel{k_1}\sin\theta_1=\frac{n_2}{n_1}\cancel{k_1}\sin\theta_2$$

$$n_1\sin\theta_1=n_2\sin\theta_2$$

ב) כאשר $n_2<n_1$ יתכן מצב של החזרה: $\theta_2=\frac{\pi}{2}$

$$\theta_c=\theta_1=\arcsin\left(\frac{n_2}{n_1}\right)$$

ג)

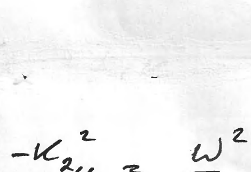
$$k_{2x}^2=\frac{n_2^2\omega^2}{c^2}-k_{2y}^2=\frac{\omega^2}{c^2}-k_{1y}^2=\frac{n_2^2\omega^2}{c^2}-\sin^2\theta_1\frac{\omega^2n_1^2}{c^2}=$$

$$=\frac{\omega^2}{c^2}\left(n_2^2\ n_1^2\sin^2\theta_1\right)$$

עבור $\theta_1>\theta_c$ נגדיר $k_{2x}=\pm i\kappa$

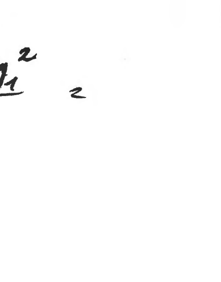
$$\psi=A\cos(\omega t-k_y y)\,e^{-\kappa x}$$

$$\kappa^2=\frac{\omega^2}{c^2}\left(n_1^2\sin^2\theta_1-n_2^2\right)$$



ד) עבור θ_1 מסוים: $\theta_1+\theta_2=\frac{\pi}{2}$

ב-θ_B - קרינה מקוטבת בכוון ניצב למישור פגיעה.



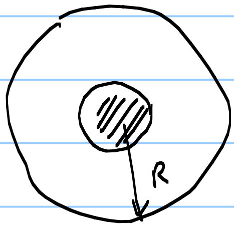
$$n_1\sin\theta_1=n_2\sin\theta_2=n_2\sin(90-\theta_1)=n_2\cos\theta_1$$

$$\tan\theta_B=\frac{n_2}{n_1}$$

יום מעונן: אם מסתכלים על השמים והאור מהשמש יהיה ב-$90°$ ביחס לקו המבט אנו אמורים לראות אור מקוטב. קרינה של שמש לא יכולה לגרום לאלקטרונים במולקולות אויר לאוסצילציה בכוון השמש והאלקטרונים המתנודדים בכוון העין לא יכולים לפלוט גלים EM לכווננו. ולכן במשקף רק כוון תנודה אחד אשר יכול לפזר אור מהשמש לעין.

פתרון שאלה בפיסיקה מודרנית, מועד ב'

Note Title 2/25/2012



הפוטנציאל עבור $r>R$ שווה לאפס. עבור $R>r>a$

הוא נתון ע"י $\frac{Ze}{r}-\frac{Ze}{R}$ (פוטנציאל של מטען

נקודתי + קבוע כך שב $r=R$ הוא מתאפס)

לפי חוק גאוס, השדה עבור $r<a$ שווה ל $\frac{Zer}{a^3}$

ולכן הפוטנציאל יהיה שווה ל: $\frac{3}{2}\frac{Ze}{a}-\frac{1}{2}\frac{Zer^2}{a^3}-\frac{Ze}{R}$

כאשר דרשנו לרציפות ב $r=R$ וגם $r=a$.

(1) הפוטנציאל מקסימלי ב $r=0$ ולכן כדי שהחלקיק יעבור, האנרגיה של החלקיק צריכה להיות לפחות גדולה מ: $Q\times\left(\frac{3}{2}\frac{Ze}{a}-\frac{Ze}{R}\right)$

(2) אם האנרגיה של E יותר קטנה מ: $Q\times\left(\frac{Ze}{a}-\frac{Ze}{R}\right)$ אז הנקודה הכי קרובה תהיה:

$$E=Q\left(\frac{Ze}{r_c}-\frac{Ze}{R}\right)$$

$$\frac{E}{QZe}+\frac{1}{R}=\frac{1}{r_c}\Rightarrow r_c=\left(\frac{E}{QZe}+\frac{1}{R}\right)^{-1}$$

ואפשר לראות ש $a<r_c<R$.

לבסוף, כאשר

$$Q\left(\frac{Ze}{a}-\frac{Ze}{R}\right)<E<Q\left(\frac{3}{2}\frac{Ze}{a}-\frac{Ze}{R}\right)$$

אז

$$Q\left(\frac{3}{2}\frac{Ze}{a}-\frac{Ze}{R}-\frac{1}{2}\frac{Zer_c^2}{a^3}\right)=E$$

$$\Rightarrow\left(\frac{3}{2}\frac{1}{a}-\frac{1}{R}-\frac{E}{QZe}\right)=\frac{1}{2}\frac{r_c^2}{a^3}$$

$$r_c=\left(3a^2-2a^3/R-2\frac{E}{QZe}a^3\right)^{1/2}$$

ואז $0<r_c<a$.