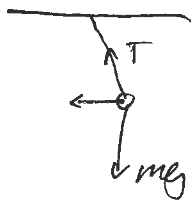
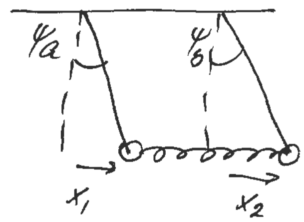
1. א) נתחיל מ מקרה כללי





$$T = mg\cos\psi \cong Mg(1+O(\psi^2))$$ עבור זוויות קטנות:

$$-T\sin\psi \simeq -T\psi \simeq -mg\psi$$

$$\Rightarrow \quad ml\,\ddot{\psi}_a = -mg\psi_a + kl(\psi_b - \psi_a)$$

$$ml\,\ddot{\psi}_b = -mg\psi_b - kl(\psi_b - \psi_a)$$

$$m\ddot{x}_1 = -mg\sin\psi_a - k(x_1 - x_2)$$

$$m\ddot{x}_2 = -mg\sin\psi_b + k(x_1 - x_2)$$

; $\sin\varphi = \frac{x}{L} \rightsquigarrow \varphi \cong \frac{x}{L}$

* שימו לב כי $L\varphi \cong x$ מכאן ניתן לפתור כמו בסעיף על φ ולפי X!!!

$$\Rightarrow \quad \ddot{x}_1 = -\frac{g}{l}x_1 - \frac{k}{m}(x_1 - x_2) = -\left(\frac{g}{l} + \frac{k}{m}\right)x_1 + \frac{k}{m}x_2$$

$$\ddot{x}_2 = -\frac{g}{l}x_2 + \frac{k}{m}(x_1 - x_2) = \frac{k}{m}x_1 - \left(\frac{g}{l} + \frac{k}{m}\right)x_2$$

$$\ddot{\vec{X}} = \hat{A}\vec{X}$$

$|\hat{A} - \hat{I}\omega^2| = 0$:

$$\begin{vmatrix} \frac{g}{l} + \frac{k}{m} - \omega^2 & -\frac{k}{m} \\ -\frac{k}{m} & \frac{g}{l} + \frac{k}{m} - \omega^2 \end{vmatrix} = 0 \quad \Rightarrow \quad \omega_1^2 = \frac{g}{l} \; ; \; \omega_2^2 = \frac{g}{l} + \frac{2k}{m}$$

$\omega_1^2 = \frac{g}{l}$: $$\begin{pmatrix} \frac{k}{m} & -\frac{k}{m} \\ -\frac{k}{m} & \frac{k}{m} \end{pmatrix} \vec{V}_1 = 0 \quad \Rightarrow \quad V_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

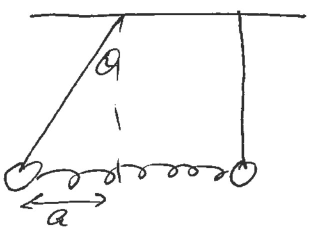
$\omega_2^2 = \frac{g}{l} + \frac{2k}{m}$: $$\begin{pmatrix} -\frac{k}{m} & -\frac{k}{m} \\ -\frac{k}{m} & -\frac{k}{m} \end{pmatrix} \vec{V}_2 = 0 \quad \Rightarrow \quad V_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \quad x_1 = A_1\cos(\omega_1 t + \varphi_1) + A_2\cos(\omega_2 t + \varphi_2)$$

$$x_2 = A_1\cos(\omega_1 t + \varphi_1) - A_2\cos(\omega_2 t + \varphi_2)$$

(2)

ב) נסתכל על מקרה כאשר אחד הגופים מוסט ושני לא



כאשר $\frac{k}{m} \ll \frac{g}{l}$ יש

אפשרות לפעימות:

כך ש Ampl ישתנה לאט מאוד

$x_1(0) = a \Rightarrow a = A_1 \cos\varphi_1 + A_2 \cos\varphi_2$

$x_2(0) = 0 \Rightarrow 0 = A_1 \cos\varphi_1 - A_2 \cos\varphi_2$

$\dot{x}_1(0) = 0 \Rightarrow 0 = -A_1 \omega_1 \sin\varphi_1 - A_2 \omega_2 \sin\varphi_2$

$\dot{x}_2(0) = 0 \Rightarrow 0 = -A_1 \omega_1 \sin\varphi_1 + A_2 \omega_2 \sin\varphi_2$

$$\Downarrow$$

$$\varphi_1 = 0 ; \quad \varphi_2 = 0$$

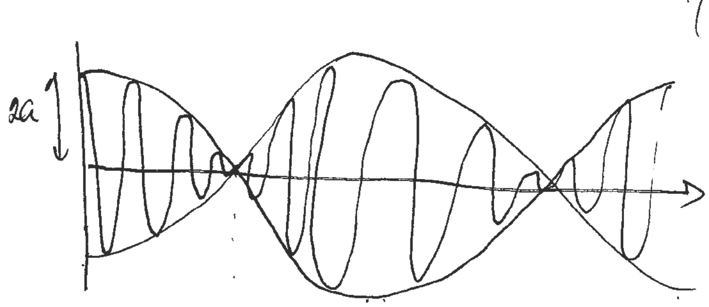
$$A_1 = A_2 = a$$

$$x_1 = a\cos(\omega_1 t) + a\cos(\omega_2 t) = 2a\cos\left(\frac{\omega_2-\omega_1}{2}t\right)\cos\left(\frac{\omega_1+\omega_2}{2}t\right)$$

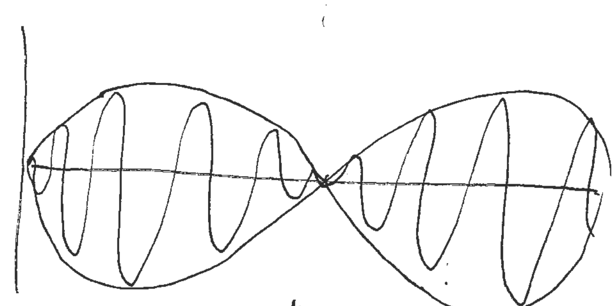
$$x_2 = a\cos(\omega_1 t) - a\cos(\omega_2 t) = 2a\sin\left(\frac{\omega_2-\omega_1}{2}t\right)\sin\left(\frac{\omega_1+\omega_2}{2}t\right)$$

$$\Downarrow$$

x_1



x_2

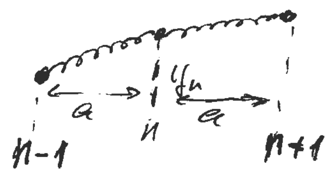


$$\Downarrow$$

$\omega = (\omega_2 - \omega_1) \rightarrow$ beats $\rightarrow$ תדירות מעבר כל האנרגיה

$\omega' = \frac{1}{2}(\omega_2 + \omega_1) \rightarrow$ swings

2)



א)

כוח אופקי $\quad$ קבוע $= Ka = k(x_{n+1} - x_n)$

כח אנכי: $\quad m\ddot{y}_n = -K(y_n - y_{n-1}) + K(y_{n+1} - y_n) =$

$$= k(y_{n+1} - 2y_n + y_{n-1})$$

$$y((n+1)a) = y(x+a) \Leftarrow y(na) = y(x)$$

בגבול הרצף: $\quad y_{n+1} = y[x+a] = y(x) + a\frac{\partial y}{\partial x} + \frac{1}{2}a^2\frac{\partial y^2}{\partial x^2} \quad ; a \to 0$

$$y_{n-1} = y[x-a] = y(x) - a\frac{\partial y}{\partial x} + \frac{1}{2}a^2\frac{\partial y^2}{\partial x^2}$$

נציב במשוואת כוחות $\Downarrow$

$$m\ddot{y}(x,t) = Ka^2\frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2}$$

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = Ka\cdot\frac{a}{m}\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}$$

נסמן: מתיחות $\quad Ka = T$

מסה ליחידת אורך $\quad \frac{m}{a} = \rho$

$$\boxed{\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = \frac{T}{\rho}\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}}$$

ב) נניח פתרון מהצורה: $\quad y(x,t) = A(x)\cos(\omega t + \varphi)$

לאחר הצבה במשוואת גלים: $\quad -\rho\omega^2 A(x) = T\frac{\partial^2 A(x)}{\partial x^2}$

$$\frac{\partial^2 A}{\partial x^2} + \frac{\rho\omega^2}{T}A = 0 \Rightarrow A(x) = A\cos(kx + \bar{\varphi}) \Rightarrow \text{כי } \frac{\rho\omega^2}{T} = k^2$$

מקבלים כי יחידות של k הם $\left[\frac{1}{m}\right]$

אנו יודעים כי $\quad A(x+\lambda) = A(x)$

$$\Leftarrow \cos(kx) = \cos(kx + k\lambda) \quad \text{(כאשר } \lambda \text{ אורך הגל)}$$

$$\Rightarrow k\lambda = 2\pi \Rightarrow \boxed{k = \frac{2\pi}{\lambda}}$$

(4)

ג) נציב בתוך במשוואות הגלים

$$y(x,t) = A\cos(kx+\bar{\varphi})\cos(\omega t+\varphi)$$

ש

$$\rho\omega^2 = Tk^2$$

$$\omega = \sqrt{\frac{T}{\rho}}\,k \quad \text{— יחס נפיצה}$$

$$V_\varphi = \frac{\omega}{k} \Rightarrow V_\varphi = \sqrt{\frac{T}{\rho}}$$

או: מהירות פאזה:

$$V_\varphi = \frac{\lambda}{T}$$

(אורך גל חלקי זמן מחזור)

$$T = \frac{1}{f}$$

$$\Rightarrow V_\varphi = \lambda f = \frac{2\pi}{k} f = \frac{\omega}{k}$$

או: לפי כוונה:

$$kx - \omega t = const$$

$$\frac{d}{dt}[kx-\omega t] = 0$$

$$kV - \omega = 0$$

$$V = \frac{\omega}{k}$$

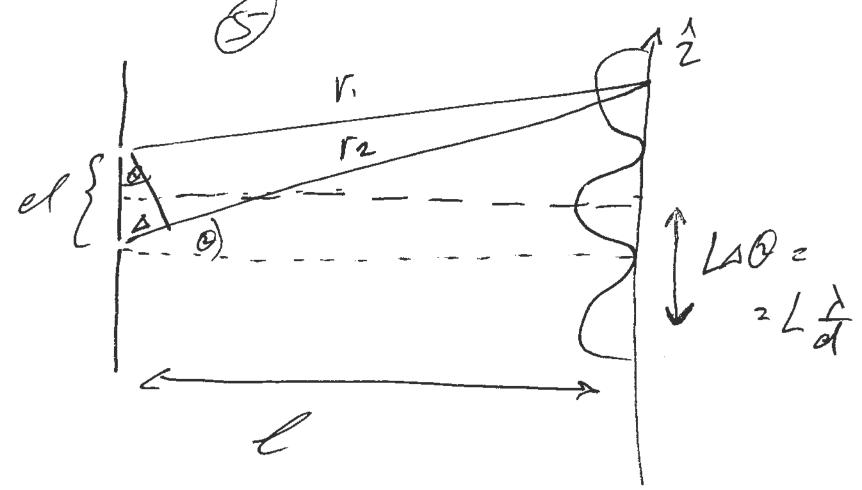
ש

מכאן אנו יכולים לראות כי אם

$\omega t - kx \Rightarrow$ גל נע ימינה

$\omega t + kx \Rightarrow$ גל נע שמאלה !:

3) א)



$l >> d$

$\Delta = d\sin\theta$

מסך ממוקם במרחק רב:

$r_1 - r_2 = d\sin\theta \sim d\frac{z}{l}$ $\qquad \sin\theta \sim tg\theta \sim \frac{z}{L}$

$\Delta\varphi = kd\sin\theta = \frac{2\pi}{\lambda}d\sin\theta$

$$\psi = A\cos(\omega t - kr_1 + \varphi_1) + A\cos(\omega t - kr_2 + \varphi_2) =$$

$$= 2A\cos\left(\omega t - \tfrac{1}{2}k(r_1+r_2) + \tfrac{1}{2}(\varphi_1+\varphi_2)\right)\cos\left(\tfrac{1}{2}(\varphi_1-\varphi_2) - \underbrace{\tfrac{1}{2}k(r_1-r_2)}_{\Delta\varphi = kd\sin\theta}\right)$$

$\varphi_1 = \varphi_2$ נתון $\Rightarrow$: $I(\theta) = \langle\psi^2\rangle_T = 2A^2\cos^2\left(\frac{\pi d}{\lambda}\sin\theta\right)$

עבור $\theta << 1$: $I(\theta) = 2A^2\cos^2\left(\frac{\pi d}{\lambda}\theta\right)$

$\Leftarrow$ התאבכות בונה תהיה כאשר: $n=1,2..$, $\frac{\pi d}{\lambda}\theta = n\pi$

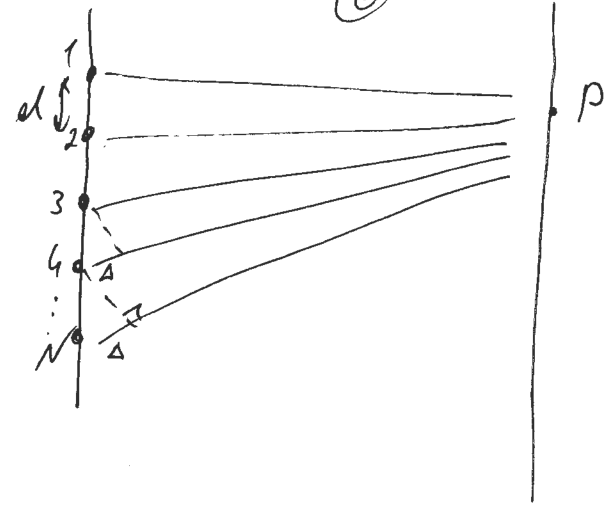
$\theta = \frac{\lambda}{d}n$; $\lambda << d$

ב)

I: כאשר 2 מקורות a,b
זה מאחורי זה הפרש הפאזה
ב-2 סדקים, לשני מקורות הוא
0 ולכן הם נראים כנקודה אחת

II: בצורה כזאת
שני המקורות יוצרים תמונה
התאבכות כאשר לפי א המרחק בין המקסימום הוא $L\frac{\lambda}{d}$
אם $D << L\frac{\lambda}{d}$ אזי שני הסדקים רואים אותו סכום גלים, אותה כאילו $\Rightarrow$
התאבכות של מקור נקודתי. $\Rightarrow$ אורך גל מינימלי $Dd << L\lambda$, מינימלי רוחב

ג)



$$r_{i+1} - r_i = \Delta = d\sin\theta$$

$$E_i = E_0 e^{i\omega t} e^{i k r_i}$$

$$E = \sum_{i=1}^{N} E_i \quad ; \quad r_i = r_1 + (i-1)\Delta$$

$$\Rightarrow E = E_0 e^{i\omega t} e^{ikr_1}\left(\frac{e^{ikN\Delta}-1}{e^{ik\Delta}-1}\right)$$

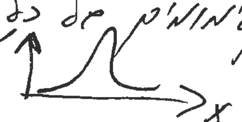
$$I \propto |E|^2$$

$$I = I_0 \frac{\sin^2\left(\frac{kdN\sin\theta}{2}\right)}{\sin^2\left(\frac{kd\sin\theta}{2}\right)}$$

* פתרון אינטואיטיבי מיום 29/4 של תרגול (פסקה 2) גם מתקבל!

* מיקום נשארים באותו מיקום כמו במקרה של שני סדקים רק הרוחב של הפיקים הולך כמו $\frac{1}{N}$

ד) אור לבן הוא אוסף של אורכי גל ולכן נקבל תמונה כאשר המקסימום של כל אורך גל לפי סעיף קודם יזוזו. הגלאי ימדוד



. השיא נמצא על ציר סימטריה של ניסוי.

ה) אם $\varphi_1 \neq \varphi_2$

$$I(\theta) = 2A^2\cos^2\left(\frac{\pi d}{\lambda}\sin\theta + \frac{\Delta\varphi}{2}\right)$$

אם $\varphi_1 - \varphi_2 = \pi \Rightarrow I(\theta) = 2A^2\sin^2\left(\frac{\pi d\sin\theta}{\lambda}\right) \Rightarrow$ תמונת והתאבכות הפוכה

ככה ומ $\theta = 0$ נקבל התאבכות הורסת.

(4)

$$0<z<\Delta z: \quad E_{in}(z) = \hat{x} A_s \cos(\omega t - k_s z + \varphi_s) + \hat{y} A_f \cos(\omega t - k_f z + \varphi_f)$$ (ג

ציר "מהיר" - $n_f = n_2$

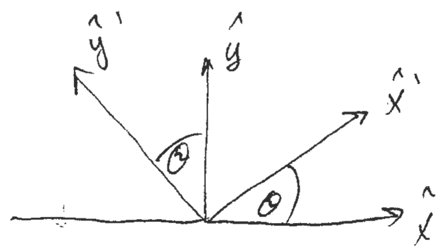
ציר "איטי" - $n_s = n_1$

$$\Delta\varphi = k_s \Delta z - k_f \Delta z = \frac{\omega}{c}\Delta z (n_s - n_f) = \frac{2\pi}{\lambda_0}\Delta z (n_s - n_f)$$

$$\Delta z = \frac{\lambda_0}{2\pi}\Delta\varphi \cdot \frac{1}{n_s - n_f} \underset{\Delta\varphi = \frac{\pi}{2}}{=} \frac{\lambda_0}{4}\frac{1}{n_s - n_f}$$

ה) נסמן ב σ^+ קיטוב מעגלי ימני

נסמן ב σ^- קיטוב מעגלי שמאלי



$$\hat{x} + i\hat{y} \rightarrow \hat{x}'\cos\theta - i\hat{y}'\sin\theta + i\hat{x}'\sin\theta + i^2\hat{y}'\cos(\theta) =$$
$$= (\hat{x}' - \hat{y}')[\cos\theta + i\sin(\theta)]$$

$$\hat{x} - i\hat{y} \Rightarrow \hat{x}'\cos(\theta) - i\hat{y}'\sin\theta - i\hat{x}'\sin\theta - i^2\hat{y}'\cos\theta =$$
$$= (\hat{x}' + \hat{y}')(\cos\theta - i\sin\theta)$$

קיטובים לינאריים אורתוגונליים ~~ב~~ ב 45° ו-45°- ביחס לצירי הפלטה.

ו) ~~שני קיטובים~~ שני גלים עם אמפליטודה שבפירוק מעגלי שוות לאחד.

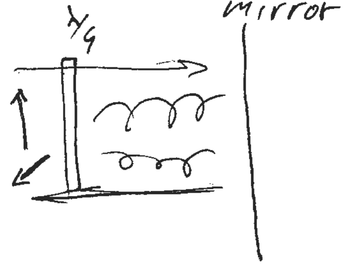
$$E_c = E_0 \hat{x} e^{i\omega t} = \frac{E_0}{2}\underbrace{\left[\hat{x}e^{i\omega t} + \hat{y}e^{i(\omega t - \frac{\pi}{2})}\right]}_{\sigma^+} + \frac{E_0}{2}\underbrace{\left[\hat{x}e^{i\omega t} + \hat{y}e^{i(\omega t + \frac{\pi}{2})}\right]}_{\sigma^-}$$

$$\hat{x} \xrightarrow[\text{זמן}]{} \frac{1}{2}e^{i\alpha}\sigma^+ + \frac{1}{2}e^{i\beta}\sigma^- = \frac{1}{2}e^{i\frac{(a+b)}{2}}\left[e^{i\frac{a-b}{2}}\sigma^+ + e^{-i\frac{(a-b)}{2}}\sigma^-\right]$$

$$= \frac{1}{2}e^{i\frac{a+b}{2}}\left[e^{i\frac{a-b}{2}}(\hat{x}' + i\hat{y}') + e^{-i\frac{(a-b)}{2}}(\hat{x}' - i\hat{y}')\right]$$

$$= \frac{1}{2}e^{i\frac{a+b}{2}}\left[\hat{x}' \cdot 2\cos\frac{\alpha-\beta}{2} + i\hat{y}' 2i\sin\frac{\alpha-\beta}{2}\right] =$$

$$= e^{i\frac{\alpha+\beta}{2}}\left[\cos\frac{\alpha-\beta}{2}\hat{x}' - \sin\frac{\alpha-\beta}{2}\hat{y}'\right]$$



(ג

אחרי מעבר בלוח $\frac{\lambda}{4}$ אורך גל:

$\vec{E} = A(\hat{x}\cos(\omega$

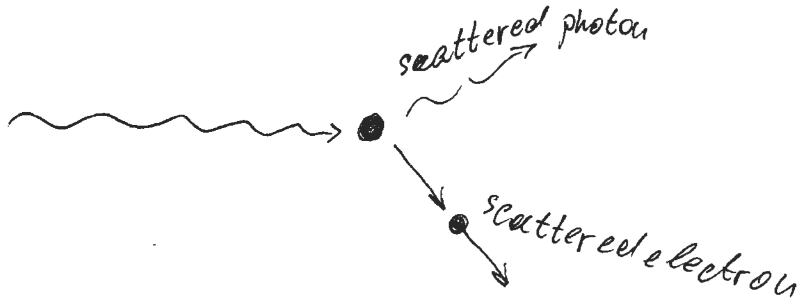
$\vec{E} = A(\hat{x}\cos(\omega t$

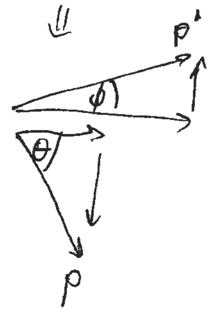
* במראה

אחרי $\frac{\lambda}{4}$ פעם שניה: יסובב ב90 מעלות ביחס לקיטוב אורגינלי

קיבלנו קיטוב ליניארי ב 90° למקורי.

(ה





p' - תנע של פוטון

p - תנע של אלקטרון

התחלה:

פוטון	אלקטרון	
$E = h\nu = pc$	$E = mc^2$	$E_{\text{פוטון}} = E_{\text{אלקטרון}} \Rightarrow \nu = \frac{mc^2}{h}$
$p = \frac{h\nu}{c}$	$p = 0$	

לאחר פיזור:

פוטון	אלקטרון	
$E = h\nu'$	$E = \sqrt{p^2c^2 + m^2c^4}$	
$p = \frac{h\nu'}{c}$	$p = p$	$\lvert\vec{P}_{ph}\rvert = \lvert\vec{P}_{ee}\rvert$

פתרון שאלה 5

Note Title 1/30/2012

נתון: $h\nu = mc^2$; $h\nu'/c = pc$

משימור תנע בכיוון y: $\theta = \varphi$

〃 〃 〃 x: $\frac{h\nu}{c} = 2p\cos\theta = mc$

משימור אנרגיה: $pc + \sqrt{p^2c^2 + m^2c^4} = 2mc^2$

$$c^2\cancel{p^2} + m^2c^4 = (2mc^2 - pc)^2 = 4m^2c^4 + \cancel{p^2}c^2 - 4mpc^3$$

$$4mpc^3 = 3m^2c^4 \Rightarrow p = \frac{3}{4}mc$$

$$\cos\theta = \frac{mc}{2p} = 2/3$$