

# מדוע השמיים

# כחולים ?

**נצח פרביאש**

[farbiash@bgumail.bgu.ac.il](mailto:farbiash@bgumail.bgu.ac.il)

השמיים הכחולים עוררו את דמיונם של מדענים רבים בכל התקופות. רבים וטובים ניסו להשיב על השאלה "מדוע הם כחולים ?". כבכל שאלה מדעית שבה עוסקים מדענים רבים היו נפוצות דעות שונות שבאו להסביר את צבעם של השמיים. בחיבור זה אנסה להציג את הרעיונות השונים. את הרעיון המקובל כיום, של ריילי, אציג בפרוט.

בעבודות של בוגר (Bouger) ותומכיו ההסבר המקובל לתופעה היה כי צבע השמיים הוא תוצאה של פיזור האור על מולקולות האוויר עצמו. לעומתם טענו קלאזיוס וניוטון כי האור מתפזר על מולקולות המים המצויות באוויר. בדרך דומה הלך גם טינדל (Tyndall) שדיבר על פיזור האור על החלקיקים הקטנים ביחס לאורך הגל. על סמך ניסויים שערך, הגיע טינדל למסקנה כי הצבע הכחול של השמיים נובע מפיזור אור השמש על חלקיקים קטנים של אבק שתמיד נמצאים באטמוספירה של כדור הארץ.

מה שהיה נכון בתיאוריה של טינדל היא העובדה שהאור אכן מתפזר באטמוספירה. אילו כדור הארץ לא היה מוקף באטמוספירה היינו רואים אור ישיר שמגיע מהשמש ומהכוכבים על רקע של שמים שחורים, בדומה לאופן בו נראים שמי הירח. נוכחות האטמוספירה גורמת לכך שאור השמש מתפזר לכל הכיוונים ואנחנו רואים צבע כחול.

אבל, עם העלייה מעל משטח כדור הארץ ריכוז האבק באטמוספירה קטן ולכן, לפי טינדל, גם נוכחות קרני האור הכחולות אמורה לפחות. אך כפי שמחקרים רבים מראים, ככל שהאוויר טהור יותר, כלומר מכיל בתוכו פחות גורמי זיהום, כך גם עולה ריכוז קרני האור הכחולות ובכך למעשה נסתרת טענתו של טינדל.

את ההסבר הנכון לתופעה נתן ריילי (Rayleigh). לפי התיאוריה שלו, פיזור האור נגרם לא ע"י חלקיקים זרים כי אם ע"י מולקולות האוויר עצמו. ריילי הניח שלמולקולות סימטרייה כדורית וכי הממדים שלהן קטנים ביחס לאורך הגל של האור הנופל עליהן. לכן, השדה החשמלי בתוך חלקיק כזה הוא שדה הומוגני (למעשה הוא פשוט אינו מספיק להשתנות). נוסף על כך, ההתפלגות של המולקולות באוויר אינה אחידה.

כדי להבין כיצד פועלת המולקולה כמפזר נתאר את המולקולה ככדור שבמרכזו נמצא גרעין עם מטען חיובי עליו. את המסה של האלקטרונים האורביטליים נתאר כקליפה כדורית עם התפלגות אחידה של מטען שלילי. אף-על-פי שמסת האלקטרונים קטנה ביחס למסת הגרעין יש לה משמעות בתורת הפיזור. את הכוחות "המחזיקים" את האלקטרונים לגרעין נתאר ע"י קפיצים.

היות וההתפלגות של מטען שלילי על קליפת כדור היא אחידה, המומנט הדיפולי של המולקולה הוא 0. כאשר המולקולה נכנסת לאינטרקציה עם שדה חשמלי חיצוני המטענים נפרדים. ניקח לשם פשטות כי לפנינו רק אלקטרון אורביטלי אחד.

המולקולה הופכת למקוטבת ונוצר מומנט דיפולי :

$$\vec{P} = \alpha \vec{E} \quad (\text{משוואה 1})$$

כאשר  $\alpha$  הוא טנזור הפולריזציה (Polarizability tensor).

מכיוון שהמולקולה הנה איזוטרופית, הכיוון של המומנט הדיפולי שלה מתלכד תמיד עם הכיוון של הווקטור החשמלי של גל האור הנפל. לכן במקרה זה  $\alpha$  הוא קבוע. משמעות הדבר - הענות המולקולה לקרינה אלקטרומגנטית.

נאמר לצורך החישוב כי הגרעין נמצא במנוחה (בגלל מאסתו הגדולה) והאלקטרון, שמאסתו קטנה בהרבה, מבצע תנודות שתדירותן :

$$\omega = \sqrt{\left(\frac{k}{m}\right)} \quad (\text{משוואה 2})$$

כאשר  $k$  הוא קבוע הקפיץ ו-  $m$  היא מסת האלקטרון.

מחוקי האלקטרוסטטיקה אנחנו יודעים כי הכוח הפועל על אלקטרון הוא :

$$F = \left( \frac{-e^2}{4\pi\epsilon_0 r^3 m} \right) y \quad (\text{משוואה 3})$$

כאשר  $r$  הוא רדיוס הכדור.

הכוח האלסטי של הקפיץ נתון ע"י :

$$F = -ky \quad (\text{משוואה 4})$$

ע"י השוואת הגפים הימניים של משוואות 3 ו-4 נקבל עבור קבוע הקפיץ :

$$k = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r^3} \quad (\text{משוואה 5})$$

מכאן תדר התהודה של תנודות אלקטרון ניתן ע"י :

$$\omega_0 = \sqrt{\left(\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r^3 m}\right)} \quad (\text{משוואה 6})$$

כעת נניח שעל הכדור שנמצא בראשית הצירים נופל גל אור מונוכרומטי מקוטב קווי, כך שוקטור השדה החשמלי שלו,  $\vec{E}$ , נמצא בכיוון  $z$ . נוכל להציג את רכיב השדה החשמלי באופן הבא :

$$E_z = E_{z_0} \cos(k_0 y - \omega_0 t) \quad (\text{משוואה 7})$$

נבחר כיוון מסוים במרחב. נשים בו גלאי ונשאל מהי עוצמת האור המפוזר שהגלאי ימדוד? כפי שהראיתי נוצר מומנט דיפול :

$$\vec{P} = \alpha \vec{E} = \alpha E_{z_0} \cos(k_0 y - \omega_0 t) \quad (\text{משוואה 8})$$

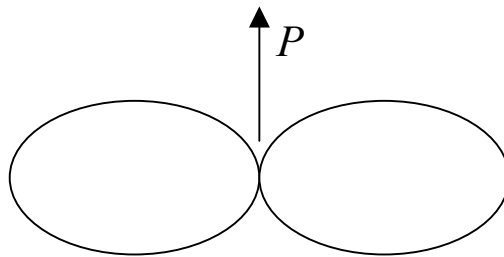
כפי שאנחנו מכירים מהתורה האלקטרומגנטית, דיפול חשמלי מתנדנד מהווה מקור לאור המפוזר. פתרון משוואות מקסוול עבור דיפול מתנדנד מראה שבמרחקים גדולים  $R \gg \lambda_0$  השדה החשמלי של האור המפוזר פרופורציונלי ל :

$$E_s \approx \frac{d^2 \vec{p}}{dt^2} = -\omega_0^2 p \quad (\text{משוואה 9})$$

ופרופורציוני הפוך ל -  $R$  :

$$E_s \approx \frac{1}{R} \quad (\text{משוואה 10})$$

עוצמת הקרינה של הדיפול המתנדנד מקסימלית בכיוון הניצב לכיוון התנודות (בכיוון התנודות עוצמת הקרינה הנה 0).



לכן וקטור השדה החשמלי המפוזר נתון ע"י :

$$\vec{E}_s = -\frac{\omega_0^2 \text{Sin} \chi P}{(4\pi\epsilon_0)c^2 R} \quad (\text{משוואה 11})$$

כאשר  $\chi$  היא הזווית בין המומנט הדיפולי לבין הכיוון שבו אנחנו מודדים את עוצמת הפיזור.

עוצמת האור המפוזרת מוגדרת כקצב האנרגיה שעברה דרך יחידת שטח הניצב לכיוון התקדמות הגל ניתנת ע"י :

$$\bar{I}_s = c\epsilon_0 \bar{E}_s^2 \quad (\text{משוואה 12})$$

מכיוון שכל המדידות דורשות זמן גדול בהרבה ממחזור האוסצילציות של השדה המתנדנד אנו לוקחים את ערכי הממוצע.

נציב את הביטוי עבור  $E_s$  ונקבל :

$$\bar{I}_s = c\epsilon_0 \left[ \frac{\omega_0^4 \text{Sin}^2 \chi}{(4\pi\epsilon_0)^2 c^4 R^2} \right] \bar{P}^2 \quad (\text{משוואה 13})$$

עוצמת האור הפוגע :

$$\bar{I}_s = c\epsilon_0 \bar{E}^2 = c\epsilon_0 \frac{P^2}{\alpha^2} \Rightarrow P^2 = \frac{I_i \alpha^2}{c\epsilon_0} \quad (\text{משוואה 14})$$

$\uparrow$   $\uparrow$   
 מכאן ההצגה  
 עבור  $P^2$

$$E = \frac{P}{\alpha}$$

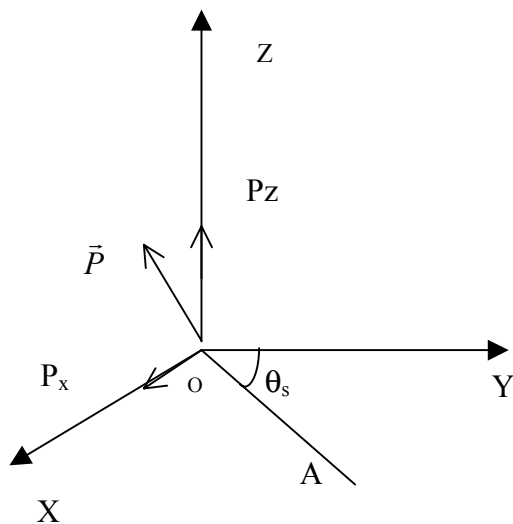
לכן,

$$\bar{I}_s = \bar{I}_i \frac{\omega_0^4 \alpha^2 \text{Sin}^2 \chi}{(4\pi\epsilon_0)^2 c^4 R^2} = \bar{I}_i \frac{16\pi^4 \alpha^2 \text{Sin}^2 \chi}{(4\pi\epsilon_0)^2 \lambda_0^4 R^2} \quad (\text{משוואה 15})$$

$$\omega_0 = 2\pi \frac{c}{\lambda_0}$$

עד כאן קיבלנו למעשה את עוצמת האור המפוזר ע"י מולקולה אחת. מכיוון שהמולקולות נמצאות במרחק רב זו מזו ומיקומן אקראי, הפרש הפאזות של האור המפוזר משתי מולקולות שונות אקראי אף הוא. מסיבה זאת לא קיימת בעיית התאבכות וכדי למצוא את עוצמת האור המפוזר ע"י  $N$  חלקיקים כל מה שיש לעשות הוא לחבר את עוצמות הפיזור, כלומר להכפיל את עוצמת האור המפוזר ממולקולה אחת ב-  $N$  (מספר החלקיקים המחזירים).

את משוואה 15 קיבלנו בהנחה שעל המולקולה נפל אור מקוטב קווי בכיוון ציר  $z$ . בשלב זה אבדוק מה קורה כאשר לפנינו אור טבעי המתפשט לאורך ציר  $y$ .



נתבונן באור המפוזר בכיוון  $A_0$  שבזווית  $\theta_s$  מציר  $Y$  (זווית  $\theta_s$  נקראת זווית הפיזור).

וקטור  $\vec{P}$  מקביל לוקטור השדה החשמלי ולכן הוא ניצב לציר  $Y$ .

נפרק את  $\vec{P}$  לכיוונים  $x, z$ . עוצמת הקרינה של  $P_x$  ו-  $P_z$  תתקבל ממשוואה 13 כאשר כאן ניקח עבור  $P_z$ :  $X=90^\circ$  ועבור  $P_x$ :  $X=(90-\theta_s)$ .

$$\bar{I}_s = c\epsilon_0 \left[ \frac{\omega_0^4 \text{Sin}^2 \chi}{(4\pi\epsilon_0)^2 c^4 R^2} \right] (P_z^2 + P_x^2 \text{Cos}^2 \theta_s) = \left\{ P_x^2 = P_z^2 = \frac{P^2}{2} \right\} = I_i \frac{\pi^2 d^2}{\epsilon_0^2 \lambda_0^4 R^2} \left( \frac{1 + \text{Cos}^2 \theta_s}{2} \right)$$

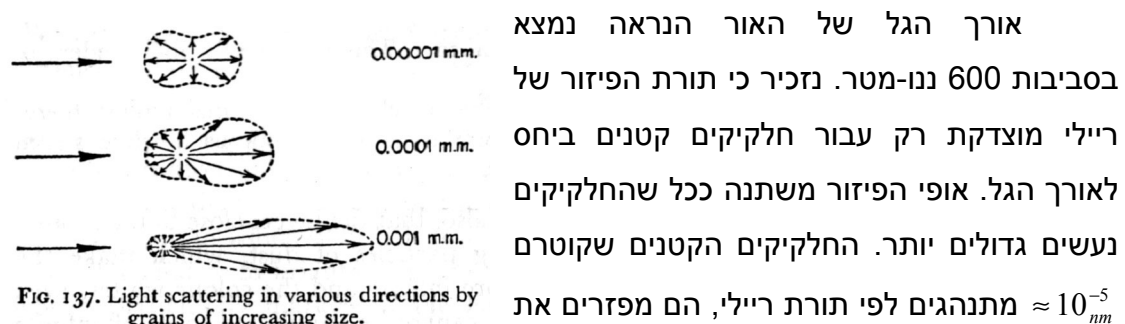
קיבלו למעשה את משוואת הפיזור של ריילי :

$$\bar{I}_s = I_i \frac{\pi^2 d^2}{\epsilon_0^2 \lambda_0^4 R^2} \left( \frac{1 + \text{Cos}^2 \theta_s}{2} \right) = I_i \frac{\pi^2 d^2}{\epsilon_0^2 R^2} \left( \frac{1 + \text{Cos}^2 \theta_s}{2} \right) \cdot \frac{1}{\lambda_0^4} \quad (\text{משוואה 16})$$

לנוסחת הפיזור של ריילי חשיבות רבה. ניתן לראות כי עוצמת פיזור האור פרופורציונלית הפוכה לחזקה הרביעית של אורך הגל, כלומר – ככל שאורך הגל קצר יותר מידת הפיזור גדולה יותר. לכן, כמות האור המפוזר בשמיים גדולה מאוד בתחום הכחול והסגול וקטנה מאוד כאשר הולכים ומתקרבים לעבר האדום.

למעשה הצבע הדומיננטי של השמיים, הכחול, נובע מקונוולוציה של התדר הממוצע של השמש (בתחום הצהוב – ירוק) עם נוסחת הפיזור של ריילי. נוסיף על כך את העובדה שאורכי גל קצרים מסגול נחסמים באופן כמעט מלא ע"י האטמוספירה.

פיזור ריילי מסביר גם את הצבע האדום של השקיעה והזריחה. כאשר השמש נמצאת קרוב לקו האופק קרני האור עוברות שכבת אטמוספירה עבה הרבה יותר מאשר המקרה שבו השמש נמצאת בזנית. מכיוון שנהמהלך החופשי של קרני האור בעלות אורכי הגל הקצרים, קצר יותר מאשר של אלו עם אורכי גל ארוכים, מאבדות קרני האור הקצרות את עוצמתן. הקרניים שנשארות הן אלו הצהובות, הכתומות ובסופו של דבר האדומות.



אורכי הגל של האור הנראה נמצא בסביבות 600 ננו-מטר. נזכיר כי תורת הפיזור של ריילי מוצדקת רק עבור חלקיקים קטנים ביחס לאורך הגל. אופי הפיזור משתנה ככל שהחלקיקים נעשים גדולים יותר. החלקיקים הקטנים שקוטרם מתנהגים לפי תורת ריילי, הם מפזרים את האור במידה שווה לכל הכיוונים ובעיקר את הכחול והסגול (ראה איור עליון משמאל). כאשר גודל החלקיקים עולה בסדר גודל, החלקיקים מפזרים את אורכי הגל העיקרים באור המפוזר באופן מעט שונה, אך עדיין עוצמת הפיזור שווה בכל הכיוונים (האיור האמצעי משמאל).

כאשר מדובר על חלקיקים בעלי קוטר מסדר גודל של  $\approx 10^{-3}_{nm}$  האור מפוזר בצורה אחידה בזוויות קטנות. למעשה כאן אנו מקבלים אור לבן (האיור התחתון משמאל). זהו פיזור הנגרם על-ידי גרגרי אבק או זיהום דומה וטיפות מים.

בהירות השמיים עולה מהר בכיוון השמש. הצבע הכחול מאידך, נעשה חזק יותר בכיוון מן השמש. כלומר, בזווית בת  $90^{\circ}$  השמיים הם הכחולים ביותר והכהים ביותר. תופעות אלו נגרמות בגלל נוכחות חלקיקים גדולים באוויר, דוגמת אבק וטיפות מים. החלקיקים האלה תורמים לפיזור בזוויות הקרובות ל  $0^{\circ}$ , כלומר בכיוון השמש ולכן באותו כיוון השמים בהירים יותר. בדיוק מאותה סיבה השמיים כהים יותר ב  $90^{\circ}$ .

בהתקרבות אל קו האופק גורם הבליעה מקבל תפקיד משמעותי. האור שמגיע מהאופק עובר את השכבה העבה יותר של האוויר ולכן בדרך אלינו הוא מאבד, בגלל הבליעה, כמות גדולה של קרניים כחולות והצבע הלבן מוחזר. זאת הסיבה שקרוב לאופק השמיים נראים בהירים יותר.

בכוכבי לכת אחרים בהם אטמוספירה שונה, יראו השמיים בצבעים אחרים. במאדים למשל, השמיים יראו צהובים כיוון שהאטמוספירה דלילה ביותר ומידת ההחזרה תהיה קטנה בכל אורכי הגל. בכוכבי לכת וירחים חסרי אטמוספירה, דוגמת כוכב חמה (מרקורי) והירח שלנו, יראו השמיים כהים מאוד והשמש תראה בצבע צהוב-ירוק.

1. "The nature of light & Colour in the open air", M.Minnaert, 1954  
(QC975.M5513)
2. "Fundamentals of optics", Jenkins and White, 1957 (QC355.J4)
3. "The universe of light", W. Bragg, 1959 (QC357.B67)